

Inhoud deel 1

<http://www.vssd.nl/hlf/wiskunde.html>

Hoofdstuk 1

Beginselen van de differentiaal- en integraalrekening

1	De natuurlijke getallen; ordening	13
2	Gehele en rationale getallen	15
3	Supremum en infimum. Reële getallen	17
4	De getallenrechte; intervallen	20
5	Volledige inductie	21
6	De driehoek van Pascal. Het binomium van Newton	23
7	Het functiebegrip. Omgeving	26
8	Absolute waarde. Ongelijkheid van Cauchy-Schwarz	30
9	Het limietbegrip	34
10	Het rekenen met limieten	40
11	Continuïteit	45
12	Rekenregels voor continue functies. Voorbeelden van continue functies	47
13	Eigenschappen van een functie die continu is in een gesloten interval	47
14	Stelling van Weierstrasz. Tussenwaardstelling	49
15	Het differentiaalquotiënt	52
16	Verband tussen continuïteit en differentieerbaarheid. De afgeleide	

	functie. Hogere afgeleiden	55
17	Regels voor het differentiëren	58
18	Differentiaalquotiënten van rationale functies	61
19	Het begrip booglengte bij een cirkel. Radiaal. Goniometrische functies	63
20	De afgeleiden van goniometrische functies	67
21	Limieteigenschappen van samengestelde functies	69
22	Het differentiëren van een samengestelde functie. Kettingregel	72
23	Linker- en rechterdifferentiaalquotiënt. Differentieerbaarheid in een interval	76
24	Primitieve functies	78
25	Het invoeren van een nieuwe veranderlijke	79
26	Diifferentialen	81
27	Partiële integratie	85
28	Het oppervlaktebegrip	86
29	Eigenschappen van onderintegraal en bovenintegraal	88
30	Hoofdstelling van de integraalrekening	91
31	Bepaalde integraal en oppervlakte	94
32	Bepaalde integraal en primitieve	100

33	Numerieke integratie. Rechthoeksregels	103
34	Numerieke integratie. Trapeziumregel	107
35	Numerieke integratie. Regel van Simpson. Parabolische regel	107
36	De logaritmische functie	109
37	Inverse functies	114
38	De exponentiële functie	119
39	De algemene exponentiële functie en de algemene machtsfunctie	121
40	Logaritmische en exponentiële ongelijkheden	126
41	Betrekking tussen de monotonie van een functie en het teken van haar afgeleide	128
42	Enige logaritmische en exponentiële limieten	130
43	De algemene logaritme	132
44	De cyclometrische functies	133
45	Enige cyclometrische betrekkingen	138
46	Overzicht van enige differentiaalquotienten, primitieve functies, differentiaal, limieten en ongelijkheden	141

Hoofdstuk 2

Complexe getallen

47	Vectoren	145
48	Invoering van complexe getallen	146
49	Modulus en argument	148
50	Som en verschil van complexe getallen	149
51	Produkt van complexe getallen	151
52	Deling van complexe getallen	154
53	De vierkantsvergelijking	157
54	De binomiaalvergelijking	160
55	Analytische meetkunde in het complexe vlak	162
56	Puntransformaties in het complexe vlak	167
57	De exponentiële functie van een complexe veranderlijke	173

58	De logaritmische functie van een complexe veranderlijke	177
----	---	-----

Hoofdstuk 3

Extreme waarden. Het schetsen van krommen

59	Het theorema van Rolle en de middelwaardestelling	180
60	De middelwaardestelling voor twee functies	186
61	Extreme waarden 1	190
62	Extreme waarden 2	195
63	Ongelijkheden	197
64	Meetkundige betekenis van het teken van f' . Buigpunten	199
65	Het schetsen van krommen	203
66	Hogere afgeleiden. Regel van Leibniz	205

Hoofdstuk 4

Systematische berekening van de primitieven van enige klassen van functies

67	$\int \frac{px + q}{ax^2 + bx + c} dx$	210
68	De primitieven van een rationale functie van x . Breuksplitsing	214
69	Berekening van $\int \cos^n x dx$ en $\int \sin^n x dx$ ($n \in \mathbf{Z}$)	218
70	Berekening van $\int \cos^n x \sin^m x dx$ ($n, m \in \mathbf{Z}$)	221
71	De primitieven van een rationale functie van $\sin x$ en $\cos x$	224
72	De primitieven van irrationale algebraïsche functies	228
73	De primitieven van $R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})$. Integraalafels	229

Hoofdstuk 5

Oneigenlijke integralen

74	Eindige discontinuïteiten van de integrand in het integratie-interval	242
75	Oneigenlijke integralen 1	243
76	Majorantencriterium 1	245
77	Gevolg van majorantencriterium 1	247
78	Majorantencriterium 2	249
79	Oneigenlijke integralen 2	252
80	Convergentieonderzoek van oneigenlijke integralen van de tweede soort	254
81	Singulariteit van de integrand voor een inwendig punt van het integratie-interval. Gammafunctie	255

Hoofdstuk 6

Rijen

82	De stelling van Bolzano-Weierstrasz	259
83	Aftelbare verzameling. Rijen	260
84	Convergentie en divergentie van rijen	263
85	Algemeen convergentiekenmerk van Cauchy	264
86	Monotone rijen	265
87	Voorbeelden van rijen	266
88	De limietstellingen van Cauchy	273
89	Rijen met complexe termen	280

Hoofdstuk 7

Reeksen

90	Het reeksbegrip	284
91	Algemeen convergentiekenmerk voor reeksen	287
92	Enige algemene stellingen over reeksen	288
93	Het integraalcriterium	289

94	Majorantencriterium 1	293
95	Majorantencriterium 2	296
96	De convergentiekenmerken van Cauchy en d'Alembert	298
97	Betrekking tussen de kenmerken van Cauchy en d'Alembert	304
98	Reeksen met positieve en negatieve termen. Absolute en voorwaardelijke convergentie	304
99	Alternerende reeksen. Kenmerk van Leibniz	306
100	Reeksen met complexe termen	311
101	Machtreeksen	312
102	Eenduidigheid van een machtreeksontwikkeling. Het ordesympool van Landau	316
103	Benadering van een functie door een veelterm met rest	319
104	De resttermen van Cauchy en Lagrange	321
105	De ontwikkeling volgens Taylor-Maclaurin	322
106	Toepassing van de formules van Taylor op bekende functies	323
107	Ontwikkeling van een functie in een veelterm met rest door integratie	326
108	De reeksontwikkeling van Taylor-Maclaurin	330
109	Toepassing van reeksontwikkelingen bij het berekenen van limieten	335
110	Het differentiëren en integreren van machtreeksen	339
111	Funcierijen. Uniforme of gelijkmatige convergentie	345
112	Funciereeksen. Uniforme of gelijkmatige convergentie	349
113	Continuïteit van limietfunctie en somfunctie bij uniforme convergentie	352
114	Het criterium van Weierstrasz	354
115	Het integreren van uniform convergente rijen en reeksen	359
116	Het differentiëren van uniform convergente rijen en reeksen	361
117	Numerieke berekeningen.	

Schatting van de restterm	362
118 Divergente reeksen.	
Sommeerbaarheid	365

Hoofdstuk 8

Vergelijkingen

119 Algebraïsche vergelijkingen	367
120 Meervoudige wortels van een algebraïsche vergelijking	369
121 Rationale wortels van een algebraïsche vergelijking met gehele rationale coëfficiënten	370
122 Het opsporen van de reële wortels van een vergelijking	372
123 Het benaderen van de wortels van een vergelijking	374
124 Grafische methode. Iteratie	376
125 Complexe wortels	378

Hoofdstuk 9

Numerieke integratie en differentiatie. Hyperbolische functies

126 De interpolatieformule van Lagrange	379
127 Schatting van de fout bij interpolatie	382
128 Numerieke integratie met behulp van de veeltermen van Lagrange	383
129 Numerieke differentiatie	386
130 De hyperbolische functies	388
131 De inversen der hyperbolische functies	390
132 De formules van Stirling	393

Hoofdstuk 10

Functies van twee veranderlijken

133 Het functiebegrip. Omgeving. Gebied	398
134 Het limietbegrip	405
135 Continuïteit	408
136 Partiële differentiatie	410
137 Meetkundige betekenis van de partiële afgeleiden	412
138 Partiële afgeleiden van de tweede orde	412
139 Differentieerbaarheid van een functie van twee veranderlijken. Totale differentiaal	415
140 Richtingsafgeleide	419
141 Samengestelde functies	426
142 Het differentiëren van samengestelde functies. Kettingregel	428
143 Het differentiëren van samengestelde functies (vervolg)	432
144 Functies van meer dan twee veranderlijken	435

Hoofdstuk 11

Integralen die van een parameter afhangen

145 Eigenlijke integralen	436
146 Oneigenlijke integralen	438
<i>Register</i>	444

Inhoud deel 2

Hoofdstuk 1

Functies van twee veranderlijken

1	Continuïteit en differentieerbaarheid	
		13
2	Gemengde partiële afgeleiden	15
3	Homogene functies. Stelling van Euler	16
4	De middelwaardstelling voor een functie van twee veranderlijken	18
5	De formules van Taylor voor een functie van twee veranderlijken	21
6	Invoeren van nieuwe variabelen	23

Hoofdstuk 2

Impliciete functies

7	Impliciete functies van één veranderlijke	37
8	Impliciete functies van twee veranderlijken	43
9	Impliciete functies van één veranderlijke, bepaald door twee vergelijkingen	47

Hoofdstuk 3

Extreme waarden

10	Extreme waarden bij impliciet gegeven functies van één variabele	51
11	Extremen bij functies van twee	

	variabelen	54
12	Voldoende voorwaarden voor extremen bij een functie van twee veranderlijken	57
13	De methode van de kleinste kwadraten	64
14	Extremen met nevenvoorwaarden bij functies van één veranderlijke	66
15	Extreme waarden bij impliciet gegeven functies van twee veranderlijken	74
16	Extreme waarden bij functies van meer dan twee veranderlijken met nevenvoorwaarden	78
17	De multiplicatorenmethode van Lagrange	84

Hoofdstuk 4

Vectoranalyse

18	Vectorruimten	88
19	Vectorveld; vectorfunctie; scalair veld; scalaire functie	88
20	De gradiënt van een scalair veld	90
21	De divergentie van een vectorveld	92
22	De rotatie van een vectorveld	93
23	Betrekkingen tussen gradiënt, divergentie en rotatie	94
24	Vectoranalyse	95

Hoofdstuk 5

Vlakke krommen

25	Parametervoorstelling van een kromme	100
26	Differentiatie van een in parametervorm gegeven functie	105
27	Voorstelling van een kromme in poolcoördinaten	108
28	De booglengte van een vlakke kromme	112
29	De booglengte als parameter	122
30	Kromming en kromtestraal	123
31	Tangentiële vector en normaalvector	125
32	Uitdrukkingen voor de krommingen de kromtestraal	128
33	Voorbeelden van berekening van kromming en kromtestraal	133

Hoofdstuk 6

Ruimtekrommen

34	Parameter- en vectorvoorstelling van een ruimtekromme	137
35	Eliminatie van de parameter	139
36	Raaklijn aan een ruimtekromme; normaalvlak	141
37	Booglengte van een ruimtekromme	142
38	Triëder van Frenet-Serret	145
39	Formules van Frenet-Serret	147
40	Meetkundige betekenis van de kromming	148
41	Meetkundige betekenis van de torsie	150
42	Meetkundige betekenis van het osculatievlak	152
43	Voorbeeld van berekening van de in dit hoofdstuk ingevoerde grootheden	154
44	Raakvlak aan een oppervlak	157

Hoofdstuk 7

Lijnintegralen

45	Het begrip lijnintegraal	161
46	Existentie van de lijnintegraal	163
47	Eigenschappen van de lijnintegraal	165

48	Voorbeelden van lijnintegralen	166
49	Fysische betekenis van de lijnintegraal. Massadichtheid	169
50	Arbeidsintegraal	172

Hoofdstuk 8

Meervoudige integralen

51	Inhoudsbegrip; dubbelintegraal	176
52	Existentie van de dubbelintegraal van continue functies	179
53	Eigenschappen van dubbelintegralen	183
54	Expliciete berekening van de dubbelintegraal. Herhaalde integraal bij constante grenzen	185
55	Riemann-sommen bij dubbelintegralen	189
56	Dubbelintegraal over algemene integratiegebieden	190
57	Berekening van de dubbelintegraal over algemene integratiegebieden	194
58	De stelling van Green voor het platte vlak	201
59	Gevolgen van de stelling van Green; exacte differentiaal	211
60	Kromlijnige coördinaten; inverse transformatie	220
61	Existentievoorwaarden voor de inverse transformatie	228
62	Invoeren van nieuwe variabelen in een dubbelintegraal	232
63	Meetkundige toelichting bij de transformatie van dubbelintegralen	238
64	Enkele toepassingen van transformatie van dubbelintegralen	240
65	Cilindercoördinaten in dubbelintegralen	242
66	Oneigenlijke integralen 1	248
67	Oneigenlijke integralen 2	253
68	Drievoudige integraal	255
69	Cilindercoördinaten en bolcoördinaten	258
70	Berekening van de oppervlakte van een vlakke figuur	266
71	Algemene formules voor inhouden. Inhouden van omwentelingslichamen	269

72	Oppervlakte van een gebogen vlak in rechthoekige coördinaten	275
73	Berekening van de oppervlakte van een ruimteoppervlak met behulp van kromlijnige coördinaten	280
74	Berekening van de oppervlakte van een ruimteoppervlak met behulp van cilindercoördinaten	282
75	Berekening van de oppervlakte van een ruimteoppervlak met behulp van bolcoördinaten	284
76	Oppervlakte van omwentelingslichamen	288

Hoofdstuk 9

Integraalstellingen

77	Oppervlak-integralen	292
78	Inleidende opmerkingen over integraalstellingen	296
79	Het divergentietheorema (Stelling van Gauss)	299
80	Stellingen van Green voor de ruimte	306
81	De stelling van Stokes	308
82	Fysische betekenis van divergentie,	

rotatie en de integraalstellingen 314

Hoofdstuk 10

Massa, Zwaartepunt, Traagheidsmoment

83	Massa en massadichtheid van een oppervlak en van een lichaam	318
84	Statisch moment, zwaartepunt, traagheidsmoment van systemen van een eindig aantal massapunten	320
85	Statisch moment, zwaartepunt, traagheidsmoment bij continue massaverdeling	322
86	Verschuivingsstelling voor vlakke traagheidsmomenten	329
87	Regels van Guldin (Pappus)	331

Hoofdstuk 11

Gamma- en bètafunctie

88	De gammafunctie	334
89	De bètafunctie	336

Register 342

Inhoud deel 3

Hoofdstuk 1

Gewone differentiaalvergelijkingen

1	De gewone differentiaalvergelijking; orde en graad	11
2	Het optreden van differentiaalvergelijkingen	14
3	De differentiaalvergelijking van de eerste orde	18
4	Meetkundige betekenis van de D.V. van de eerste orde. Lijnelementenveld. Isoklinen	20
5	Existentiebewijs voor de oplossing van $y' = F(x,y)$	25
6	Overzicht van elementaire methoden voor het oplossen van differentiaalvergelijkingen van de eerste orde	33
7	Homogene differentiaalvergelijkingen	41
8	De exacte differentiaalvergelijking. Integrerende factor	50
9	De lineaire differentiaalvergelijking van de eerste orde. De vergelijking van Bernoulli	57
10	Lineaire differentiaalvergelijkingen van de n -de orde ($n > 1$)	67
11	Lineaire afhankelijkheid van functies. Determinant van Wronski	70

12	De homogene differentiaalvergelijking van de orde n ($n > 1$)	75
13	De homogene lineaire differentiaalvergelijking met constante coëfficiënten	79
14	De homogene lineaire differentiaalvergelijking van Euler	84
15	De inhomogene lineaire differentiaalvergelijking	87
16	De trillingsvergelijking; de vrije trilling	90
17	De elektrische keten zonder generator	96
18	De gedwongen trilling	98
19	De elektrische keten met generator	104
20	Variatie van constanten	107
21	Het oplossen van een differentiaalvergelijking door middel van ordeverlaging	113
22	Orthogonale trajectoriën	121

Hoofdstuk 2

Het oplossen van differentiaalvergelijkingen met behulp van machtreksen

23	Oplossing van een lineaire differentiaalvergelijking van de eerste orde met behulp van machtreksen	131
----	--	-----

24	Gewone en singuliere punten van een lineaire differentiaalvergelijking van de tweede orde	138
25	Oplossingen in een omgeving van een gewoon punt. Differentiaalvergelijking van Legendre	141
26	Oplossingen in een omgeving van een regulier-singulier punt. Differentiaalvergelijking van Bessel	145

Hoofdstuk 3

Simultane differentiaalvergelijkingen

27	Inleiding	155
28	Lineaire stelsels. Fundamentele stellingen	163
29	Oplossingsmethoden voor lineaire stelsels met constante coëfficiënten 1	167
30	Oplossingsmethoden voor lineaire stelsels met constante coëfficiënten 2	173
31	Standaardvormen van lineaire stelsels met twee onbekende functies	183

Hoofdstuk 4

De Laplace-transformatie

32	Definitie en achtergrond	191
33	Enkele voorbeelden en belangrijke stellingen	194
34	De Laplace-transformatie van afgeleiden en primitieve functies	199
35	De inverse Laplace-transformatie	203
36	Het oplossen van een lineaire differentiaalvergelijking met constante coëfficiënten met behulp van Laplace-transformatie	206
37	Convolutie	211

Hoofdstuk 5

Numerieke methoden voor het oplossen van differentiaalvergelijkingen

38	Stapsgewijze integratie. Methode van Euler	219
39	De methode van Heun	221
40	De verbeterde trapeziumregel	224
41	Toepassing van de behandelde methoden	225
42	De methode van Runge-Kutta	229

Hoofdstuk 6

Partiële differentiaalvergelijkingen

43	Inleiding	230
44	Partiële differentiaalvergelijkingen van de eerste orde	23 2
45	Quasi-lineaire partiële differentiaalvergelijkingen	23 8
46	De warmtegeleidingsvergelijking voor een dunne homogene staaf	245
47	De vergelijking van de trillende snaar	248
48	De oplossing volgens d'Alembert van de golfvergelijking	256
49	De vergelijking van Laplace	259
50	De oplossing van de vergelijking van Laplace in cilindercoördinaten. De vergelijking van Bessel	263
51	De oplossing van de vergelijking van Laplace in bolcoördinaten. De toegevoegde vergelijking van Legendre	264

Register

267