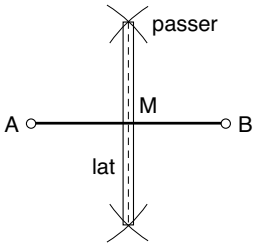


3 Onderscheiden

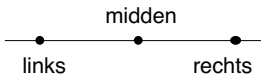
Drie-eenheid

In het dagelijks leven en in de wetenschap worden dingen van elkaar onderscheiden: in de mechanica van constructies bijvoorbeeld onderscheidt men drukkrachten van trekkrachten.

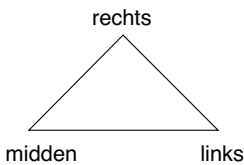
Te onderscheiden is er veel. De vragen daarbij zijn evenwel wat? en hoe? Deze paragraaf geeft met voorbeelden aan op welke wijze dingen worden onderscheiden.



Figuur 3.1. Recht lijnstuk met twee punten en een punt halverwege.



Figuur 3.2. Het linkereinde, het rechtereinde en het midden van een lineaal.



Figuur 3.3. De eenheid: links, midden en rechts.

Voorbeeld. Een rechte lineaal is de stoffelijke voorstelling van een meetkundig recht lijnstuk AB, waarvan het punt M halverwege met passer en lineaal is te construeren (figuur 3.1).

Staat men nu op de lineaal in het punt halverwege, dan kan men het ene einde het linkereinde noemen en het andere einde het rechtereinde en het punt halverwege het midden. Hierbij is het niet van belang wat men links of rechts noemt (figuur 3.2). Links is het verschil tussen midden en rechts; het midden is het verschil tussen rechts en links en rechts is het verschil tussen links en midden (figuur 3.3).

Het begrip 'links' bestaat niet afzonderlijk; hetzelfde geldt voor de begrippen 'midden' en 'rechts'. De drie begrippen zijn gelijkwaardig en kunnen zich alleen gezamenlijk (tegelijkertijd) openbaren. Ze vormen een onverbreekelijke eenheid: ontbreekt één van de begrippen, dan ontbreken de beide andere ook.

Een enkel ding kan niet worden gekend. Evenzo kan een enkelvoudig begrip niet worden gekend. Voor het kunnen kennen van een enkelvoudig begrip zijn twee andere enkelvoudige begrippen nodig, zodat er een drie-eenheid van begrippen ontstaat. Deze drie enkelvoudige begrippen zijn onlosmakelijk met elkaar verbonden en zij openbaren zich tegelijkertijd als bevatting. *De drie begrippen verwekken elkaar.* Vermeerdering van kennis en verbetering van het verstand berusten op de vorming van drie-eenheden van begrippen.

Voorbeeld. Teken een vierkant. Het enkelvoudige begrip vierkant kan niet worden gekend. Er is de drie-eenheid vierkant, vierhoek en hun onderscheid. Teken in het vierkant de twee diagonalen. De ene waarnemer ziet de getekende figuur (het object van waarneming) als een meetkundige figuur in het platte vlak. Een andere waarnemer ziet de getekende figuur als een pyramide. Er is dus de drie-eenheid waarnemer, meetkundige figuur in het platte vlak (het

waargenomene) en het getekende vierkant met diagonalen (het object van waarneming). Er is evenwel ook de drie-eenheid waarnemer, pyramide (het waargenomene) en het getekende vierkant met diagonalen (het object van waarneming). In het algemeen is er de drie-eenheid: de waarnemer, het waargenomene, en het object van waarneming. □

Voorbeeld. Het waarnemen, de waarnemer en het waargenomene, vormen eveneens een onverbrekkelijk geheel. Wanneer suiker in water wordt opgelost, ontstaat er een kleurloos mengsel van water en suiker. Plaatst men een glas water naast een glas suikeroplossing, dan is met het blote oog de suikeroplossing niet van het water te onderscheiden. Indien men evenwel het water en het mengsel van suiker en water laat verdampen dan verdwijnt het water: in het ene glas blijft niets over en in het andere glas blijft de suiker in kristalvorm over.

Het waarnemen (van de natuurkundige omstandigheden: het al dan niet verdampen van het water), het waargenomene (het al dan niet verschijnen van kristallijn suiker) en de waarnemer (in kleurloos water blijkt al dan niet suiker te zitten) vormen een onverbreekelijke eenheid. De natuurkundige omstandigheden dienen dus zodanig te zijn, dat een waarnemer zich van het waargenomene ook bewust kan zijn. □

De beide voorbeelden laten zien dat men dingen slechts ten opzichte van elkaar kan benoemen, indien men hun verschil kan bepalen. Het begrip ‘onderscheiden’ sluit aan bij de idee dat een begrip alleen een aanwijzende betekenis heeft, indien er door het woord ‘of’ verbonden mogelijkheden bestaan, die zijn te onderscheiden.

opgave 3.1 Onderzoek de drie-eenheden:

- a. Kort, lang en lengte.
- b. Achter, voor en midden.
- c. Rechtse schroef, linkse schroef en schroefdraadloop
(zet een schroef eerst op zijn punt en dan op zijn kop).
- d. Evenwijdige verschuiving, spiegeling en gericht lijnstuk (pijl).
- e. Rood voorwerp, blauw voorwerp en (wit) licht.

Een ander woord voor drie-eenheid is het woord trinoom (het latijnse woord nomen betekent naam of wezen).

De onderscheiding van begrippen bergt in zich een drie-eenheid: het ene begrip, het andere begrip en hun verschil. Valt een van de-

ze elementen weg, dan verliezen de beide andere ook hun betekenis.

In de dagelijkse ervaring of in de ervaringswetenschap natuurkunde werkt men met drie-eenheden van begrippen. Deze bezitten een aanwijzende betekenis. Het deel van de wiskunde dat zich op het oneindige afspeelt, is in een ervaringswetenschap niet bruikbaar tenzij men op het oneindige nog kan onderscheiden.

Voorbeeld. Men kan de breuk $5/7$ schrijven in de decimale vorm $0,714285\ 714285\ 714285\dots$. Men ziet nu dat een bepaald patroon van cijfers zich ‘zonder ophouden’ herhaalt. Men zegt nu dat het kenmerk van een breuk is dat de cijfers achter de komma van de decimale ontwikkeling zich in een bepaald patroon ‘zonder ophouden’ herhalen. Dit geldt niet voor de decimale ontwikkeling van niet-breuken, zoals $\sqrt{2}$ en π . In de decimale ontwikkeling van $\sqrt{2}$ en π treedt een herhaling van een bepaald patroon cijfers namelijk niet op.

In dit voorbeeld is er de drie-eenheid: rationaal getal, irrationaal getal en verschil in decimale ontwikkeling. \square

Onderscheiden is het bewustworden van verschillen. Hierbij is er een drie-eenheid van enkelvoudige begrippen nodig, waarin een begrip zijn betekenis krijgt in relatie tot de andere twee. De begrippen zijn gelijkwaardig.

Voorbeeld. Een algemeen aanvaarde grondstelling van (de vermeerdering van) kennis luidt: “*Kennis van een uitwerking (gevolg) hangt af van de kennis van de oorzaak en sluit die in.*” Zie Spinoza, Ethica, Deel 1, axioma 4.

Het begrijpen van een gevolg is dus identiek met het begrijpen van dit gevolg als werking van zijn oorzaak. Spinoza gebruikt de relatie oorzaak-gevolg in wiskundige zin: iets moet logisch in iets anders begrepen worden. \square

Voorbeeld. In de natuurkunde gebruikt men bepaalde getallen, met name, de waarden van de dimensieloze verhoudingen tussen fysische grootheden. De keuze van een bepaald model van de werkelijkheid hangt dan af van de betrokken getalwaarde. \square

Voorbeeld. Het wezen van een zaak (dat, wat iets is) wordt als volgt gedefinieerd (Benedictus de Spinoza (1632-1677)):

“Tot het wezen van een zaak behoort datgene zonder hetwelk de zaak noch kan zijn noch begrepen kan worden, en omgekeerd,

datgene dat zonder de zaak noch kan zijn noch begrepen kan worden.” (Ethica, Deel 1, definitie 2).

Deze definitie beschrijft de correlatie tussen *wezen* en *zaak* vanuit beide: het *wezen* en de *zaak*. □

Voorbeeld. In de wiskunde is er het begrip *limiet*.

Onderstel een kubus met ribben ter lengte a en volume $V(a) = a^3$, en een kubus met ribben ter lengte b en $V(b) = b^3$.

Onderstel verder dat b kleiner is dan a zodat $V(b)$ kleiner is dan $V(a)$. Indien de kubus met volume $V(b)$ aangroeit tot de kubus met volume $V(a)$ dan zeggen wiskundigen: voor iedere positieve ε is het verschil $V(a) - V(b)$ kleiner dan ε voor alle $a-b$ kleiner dan δ waarbij δ afhankelijk is van ε met $V(a)$ is de *limiet* van $V(b)$. Er is hier de *drie-eenheid* *limiet* met de begrippen ε , δ en hun onderlinge betrekking. □

Voorbeeld. Teken een cirkel met straal 1, zodat de oppervlakte van deze cirkel is gelijk aan π . Teken in de cirkel een ingeschreven regelmatige veelhoek en aan de cirkel een omgeschreven regelmatige veelhoek. Archimedes van Syracuse (287-212 v. Chr.) berekende dat in het geval dat beide veelhoeken 96 zijden bevatten, de oppervlakte van de cirkel is gelegen tussen $3\frac{10}{71}$ en $3\frac{1}{7}$ zodat voor het getal π geldt $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$. Door het aantal zijden van de beide veelhoeken nog groter te kiezen kan men nooit de werkelijke waarde van het getal π verkrijgen, daar de getallen die π insluiten meetbaar zijn en het getal π zelf onmeetbaar is. □

Voorbeeld. Eudoxos van Knidos (c. 408-355 v. Chr.) gaf Archimedes aanleiding tot wat nu bekend staat als het *axioma van Archimedes*. Beschouw twee getallen a en b waarbij a groter is dan b . Er bestaat steeds een natuurlijk getal n zodat indien a wordt gehalveerd en vervolgens de helft van a wordt gehalveerd en zo verder n keer, er een getal ontstaat dat kleiner is dan b . Dit is gelijkwaardig met het ontkennen van het bestaan van oneindig grote of oneindig kleine getallen. De Grieken verafschuwden het oneindig kleine en het oneindig grote. □

Voorbeeld. De vraag wat oneindig is, is een vraag naar het enkelvoudige op zich, welke vraag niet te beantwoorden is. Eindig en oneindig dienen met elkaar verbonden te zijn in het verschillensbewustzijn: bij ieder positief getal r is er een getal N zodat $1/n$ kleiner is dan r indien n groter is dan N . □

Paradox

De vermeerdering van kennis (het kunnen weten of de verbetering van het verstand) berust op de bewustwording van verschillen. Deze bewustwording heeft in het denken van de vorm van een drie-eenheid van begrippen, welke onlosmakelijk met elkaar verbonden zijn en zich gelijktijdig in het verstand openbaren. Wie dit ontkent spreekt zichzelf tegen.

In de drie-eenheid zijn de begrippen ‘evenwaardig’, aldus Gerard Kuiken, of gelijkwaardig. Dit betekent dat in iedere drie-eenheid elk begrip zijn betekenis krijgt in relatie tot de twee andere begrippen. Heeft men drie stokken a, b en c met verschillende lengten, dan kan aan het stokje b dat korter is dan het stokje a en langer is dan het stokje c, niet in één drie-eenheid zowel ‘korter zijn’ en ‘langer zijn’ worden toegekend.

In de drie-eenheid is er de verschillsbewustwording van een van de drie begrippen in relatie tot de twee andere. De oorsprong van de paradoxen schuilt nu hier in dat men een stokje tegelijkertijd korter en langer wil noemen. Stel dat iemand zegt ‘ik lieg’. Uit deze uitspraak is niet op te maken of deze iemand nu òf liegt òf niet liegt. De uitspraak ontbeert de mogelijkheid van een keuze, de verschillsbewustwording van waarheid en leugen. De uitspraak eist dat in de drie-eenheid, waarheid en leugen en hun onderscheid, de waarheid gelijktijdig geïdentificeerd wordt met waarheid en leugen, en de leugen met waarheid en leugen. Deze paradox heeft dus de vorm: een bewering is waar als de ontkenning van deze bewering waar is. Het voorkomen van paradoxen bracht Kurt Gödel tot de uitspraak (Douglas Hofstadter, p. 20): “Alle consistente axiomatische formuleringen van de getal theorie bevatten onbeslisbare stellingen”. Deze uitspraak wordt de onvolledigheidsstelling (de eerste stelling) van Gödel genoemd. Deze stelling onderschrijft dat het enkelvoudige (één lid van de drie-eenheid) niet met dit enkelvoudige bepaalbaar is.

- opgave 3.2 Penrose (p. 99) verwoordt de paradox van Russell als volgt. Een bibliotheek bezit twee catalogi, A en B. A bevat de titels van precies al die boeken in de bibliotheek die op de een of andere manier naar zichzelf verwijzen (A wordt dus in A vermeld). B bevat precies alle titels van de boeken die géén melding van zichzelf maken. Vraag: in welke catalogus staat de catalogus B?