1 Enige grondbegrippen van de geodesie

Samenvatting. *Een korte begripsomschrijving van geodesie en landmeetkunde wordt gegeven. De vorm van de aarde wordt bepaald door de zwaartekracht; bij de beschrijving van die vorm worden de begrippen niveau, vlak en geoïde ingevoerd. Verder komen ter sprake loodlijnen en de begrippen horizontaal vlak en verticaal. De vorm en afmetingen van de aarde, lijkend op een omwentelingsellipsoïde, worden besproken, en daarna de vraag in hoeverre men stukken van het aardoppervlak als plat mag beschouwen. De aardkromming en de speciale rol van de zwaartekracht zijn er oorzaak van dat de situatiemeting en de hoogtemeting in de landmeetkunde meestal gescheiden worden behandeld.*
Wanneer grote stukken van het aardoppervlak moeten worden opgemeten en samenhangend afgebeeld, kan men de 'bolvorm' niet verwaarlozen. De afbeelding op een plat vlak kan niet zonder vervorming plaatsvinden, maar men kan de afbeeldingsmethode zó kiezen dat zij zo goed mogelijk aan bepaalde doelstellingen beantwoordt. Ingevoerd worden de begrippen vergroting, conformiteit (hoekgetrouwheid) en equivalentie (oppervlaktegetrouwheid). Enkele voorbeelden van kaartprojecties worden gegeven..

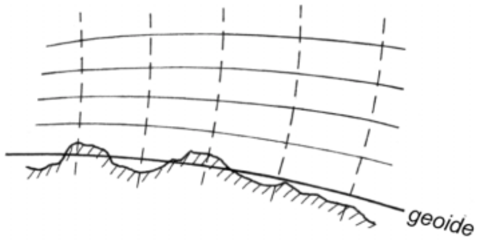
1.1. Geodesie en landmeetkunde

De geodesie is de wetenschap die zich bezig houdt met de bepaling van de vorm van de aarde en van delen van het aardoppervlak. Deze omschrijving heeft slechts betrekking op een deel van het vakgebied, dat is de meetkundige beschrijving van de aarde en van stukken land of zee. De naam geodesie wordt ook in ruimere zin gebruikt voor een beroepsgebied dat zich uitstrekt van enerzijds de geofysica tot anderzijds bijvoorbeeld de maatvoering van technische projectenn en de administratie van grondeigendom.

De landmeetkunde is globaal dat deel van de geodesie dat betrekking heeft op de meetkundige beschrijving van stukken land die voor wat betreft de situatiemeting (plattegrond) als vlak kunnen worden beschouwd, d.w.z. waarbij de aardkromming kan worden verwaarloosd, hetgeen voor gebieden tot ca. 50×50 km^2 in de regel toelaatbaar is. De delen van de geodesie waarbij o.a. wegens de aardkromming meer ingewikkelde wiskundige beschouwingen gebruikt worden vat men wel samen onder de naam 'hogere geodesie', waartegenover de landmeetkunde wel 'lagere geodesie' heet. Opgemerkt moet worden dat met het Engelse *geodesy* en het Franse *géodésie* uitsluitend de hogere geodesie wordt bedoeld. Wij zullen ons in dit boek bezig houden met de 'vlakke' landmeetkunde, maar het is nodig eerst enkele begrippen te introduceren die samenhangen met de 'bolvorm' van de aarde.

1.2. Vorm van de aarde

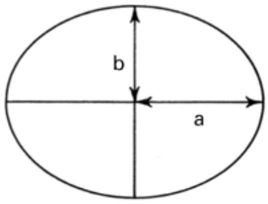
De aarde is een onregelmatig lichaam met bergen en dalen, zeeën enz. Wij kunnen de vorm het gemakkelijkst beschrijven door een minder onregelmatig lichaam als grondvorm te nemen en de oneffenheden daarop gesuperponeerd te denken; dit is hetgeen wij doen als wij spreken van hoogten boven zeeniveau. Men kan zich nu de zeeën en oceanen in rust voorstellen, zonder invloed van eb en vloed, wind, verschillen in temperatuur of zoutgehalte, enz., en het zo ontstane gladde oppervlak als grondvorm voor de aarde nemen. Dit oppervlak kan men zich onder de continenten voortgezet denken.
Het zo ontstane oppervlak noemt men de *geoïde* en dit bedenksel kan men de 'vorm van de aarde' noemen waarop het zichtbare reliëf van de aarde gesuperponeerd is.
Wat is nu het kenmerkende van zo'n wateroppervlak in rust?
Het stelt zich zo in dat het loodrecht op de *zwaartekracht* staat. De zwaartekracht is de resultante van de aantrekkingskracht van de aardmassa en de middelpuntvliedende kracht ten gevolge van de aardrotatie. De richting ervan is gemakkelijk aan te geven: het is de richting waarin een schietlood hangt. De lijn die de richting van de zwaartekracht in een bepaald punt aangeeft heet de *verticaal* in dat punt. De krachtlijnen van het zwaartekrachtveld (vergelijk de krachtlijnen van een magneetveld) worden *loodlijnen* genoemd. Het blijken zwak gekromde lijnen te zijn; in elk punt van een loodlijn geeft de raaklijn de plaatselijke richting van de zwaartekracht aan, m.a.w. de plaatselijke verticaal.
Een oppervlak dat in elk van zijn punten loodrecht op de richting van de zwaartekracht staat noemt men een *niveauvlak* of *equipotentiaalvlak* van de zwaartekracht.



Figuur 1.1. De aarde en het zwaartekrachtsveld.

In figuur 1.1 is schetsmatig een doorsnede van een stukje aarde met loodlijnen en niveauvlakken gegeven. Volgens de eerder gegeven omschrijving is de geoïde het niveauvlak op gemiddeld zeeniveau.
De waterspiegel van een bergmeer maakt een stukje van een hoger gelegen niveauvlak zichtbaar. De geoïde is veel 'gladder' dan het fysische aardoppervlak met zijn bergen en dalen, maar het is geen regelmatig, wiskundig gemakkelijk te beschrijven oppervlak. De geoïde blijkt echter voor vele doeleinden goed benaderd te kunnen worden door een omwentelingsellipsoïde, met de korte as als omwentelingsas. De afmetingen kunnen door astronomische en geodetische metingen worden bepaald.

Er zijn in de loop der tijden veel verschillende berekeningen uitgevoerd die alle enigszins verschillende uitkomsten gaven, hetgeen verklaard wordt door de onvermijdelijke onnauwkeurigheid der gebruikte metingen en door het feit dat de waarnemingen in verschillende gebieden zijn gedaan, nog afgezien van verschillende berekeningswijzen.
Als basis voor geodetische berekeningen zijn er in verschillende landen dan ook verschillende ellipsoïden in gebruik, bijvoorbeeld die van Bessel, Clarke, Krassovski, enz. Zulk een ellipsoïde doet niet in de eerste plaats dienst als vervanging van de geoïde, maar als goed gedefinieerd wiskundig oppervlak ten opzichte waarvan de ligging van punten wordt aangegeven, vandaar de term die men ervoor gebruikt: referentie-ellipsoïde.
Voor internationaal werk is veel gebruik gemaakt van de Internationale Ellipsoïde (1924) (zie figuur 1.2).



halve lange as a = 6.378.388 m

afplatting $\frac{a-b}{a} = \frac{1}{297}$

Figuur 1.2.

In 1984 werd door de International Union of Geodesy and Geophysics aanbevolen voor wetenschappelijk werk de volgende parameters te gebruiken:

$$a = 6.378.137 \text{ m}$$

$$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{298{,}257223563}$$

Deze waarden maken deel uit van het zogeheten World Geodetic System 1984 (WGS 84).
De nieuwe waarde voor de afplatting berust voor een belangrijk deel op waarnemingen van de baan van kunstmatige aardsatellieten.
Wanneer men niet al te grote gebieden beschouwt, dan kan men voor veel doeleinden de geoïde voldoende nauwkeurig als een bol beschouwen, bijvoorbeeld in Nederland met een straal van 6371 km of ruwweg 6400 km.

1.3. Situatie en hoogte

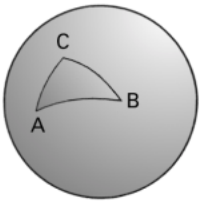
Wij beschouwen een gebied op aarde dat cirkelvormig is met een straal van zeg 25 km, geheel vlak en op zeeniveau gelegen.
Figuur 1.3 geeft een bovenaanzicht en figuur 1.5 een doorsnede van dit gebied dat de vorm van een bolkap heeft; de straal van de bol stellen wij R = 6400 km.
Uit figuur 1.4 ziet men:

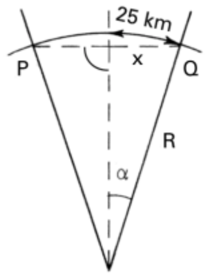
$$\alpha = \frac{25}{R}$$

$$\sin \alpha = \frac{25}{R} - \frac{25^3}{3!R^3} + \dots$$

$$x = R \sin \alpha \approx 25 - \frac{25^3}{6R^2}$$

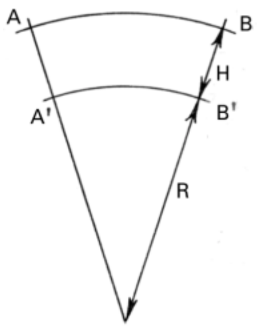
De tweede term bedraagt $0{,}64 \times 10^{-4}$ km = 0,064 m.





Figuur 1.3. *Figuur 1.4.* *Figuur 1.5.*

De koorde PQ is dus ongeveer $2 \times 0{,}064$ m of circa 13 cm korter dan de boog PQ. Op een afstand van 50 km is een dergelijk bedrag veelal te verwaarlozen. De afstand tussen de projecties A' en B' in figuur 1.5 is praktisch gelijk aan die tussen de punten A en B.
Beschouwt men een boldriehoek ABC die ontstaat door de punten A, B en C te verbinden door grote cirkels (kortste verbindingen op de bol), dan zullen de hoeken van de vlakke driehoek die gevormd wordt door de projecties A', B' en C' slechts weinig verschillen van de boldriehoek. Voor de onderlinge ligging der punten, d.w.z. voor de *situatiemeting*, kan het gebied zonder voor de praktijk ontoelaatbare vervormingen als vlak worden beschouwd. Uit de later in deze paragraaf te geven beschouwing is af te leiden dat de pijl van de boog PQ ongeveer 50 m is, zodat de afstanden AA' en BB' in figuur 1.5 ten hoogste deze waarde hebben. Wanneer A en B echter niet op zeeniveau liggen, moet de projectie over een langere afstand geschieden, en moet men in bepaalde gevallen rekening houden met de convergentie der verticalen van A en B. In figuur 1.6 ziet men A en B elk op een hoogte H boven zeeniveau; er geldt:



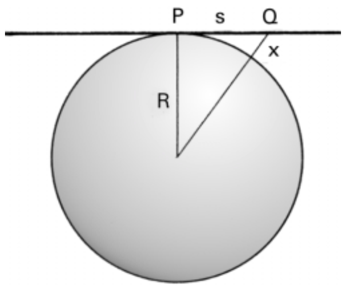
Figuur 1.6.

$$A'B' : AB = R : (R + H)$$

$$AB = \frac{R + H}{R} \times A'B' = (1 + H/R) \times A'B'$$

$$AB - A'B' = \frac{H}{R} \times A'B' \approx \frac{H}{R} \times AB \tag{1.1}$$

Wanneer de afstand AB in het terrein is gemeten, dient dus een correctie voor de convergentie der verticalen te worden aangebracht.
Wanneer A en B op 1 km boven zeeniveau zijn gelegen bedraagt de correctie (1/6400) = $1{,}56 \times 10^{-4}$ maal de gevonden afstand, dus ongeveer 1,5 cm per 100 m.
Deze correctie is dus een gevolg van de bolvorm van de aarde, maar moet onderscheiden worden van het veelal verwaarloosbare verschil tussen de projectie op de bol en die op een plat vlak.
Voor de *hoogte* geldt deze verwaarlozing van de bolvorm echter niet. De hoogte van een punt boven zeeniveau kunnen wij (voor onze doeleinden voldoende nauwkeurig) definiëren als de lengte van de loodlijn uit dat punt op de geoïde neergelaten.
Wij nemen nu weer aan dat de geoïde bolvormig is met een straal R = 6400 km en beschouwen een punt P op zeeniveau, zie figuur 1.7.



Figuur 1.7.

Het *horizontale vlak* in P is het platte vlak dat in P loodrecht staat op de verticaal van P, dus het raakvlak aan het niveauvlak door P. Dit vlak verwijdert zich al op geringe afstand aanmerkelijk van het niveauvlak. Hebben we een punt Q op s km van P, dan geldt:

$$(R + x)^2 = s^2 + R^2$$

$$R^2 + 2Rx + x^2 = s^2 + R^2$$

$$x = \frac{s^2}{2R} - \frac{x^2}{2R}$$

Bij niet te grote afstand is de term $x^2/2R$ te verwaarlozen, en men vindt:

$$x = \frac{s^2}{2R}$$

Drukt men s en R in km uit, dan vindt men

$$x = \frac{1}{12\,800}\ s^2 \text{ km} = \frac{1000}{12\,800}\ s^2 \text{ m}$$

$$x = 0{,}078 s^2 \text{ m}$$

Op 1 km afstand van P ligt het niveauvlak dus al bijna 8 cm onder het horizontale vlak van P, op 4 km afstand is dit 1,25 m. (Ga na hoe groot bij deze afstanden de verwaarloosde term $x^2/2R$ is.) De aardkromming is dus bij de hoogtemeting beslist niet te ver-

waarlozen; het blijkt echter dat wij onze metingen zo kunnen inrichten dat we er geen last van hebben.
In de landmeetkunde worden de situatiemeting en de hoogtemeting in de regel gescheiden behandeld. Hoewel in principe elk driedimensioneel assenstelsel gebruikt zou kunnen worden voor een wiskundige beschrijving van de vorm van het fysisch aardoppervlak, biedt het grote praktische voordelen één as te kiezen in de richting van de zwaartekracht en de andere twee loodrecht daarop. De bijzondere rol die de richting van de zwaartekracht speelt geeft, tezamen met het effect van de aardkromming, aanleiding tot genoemde splitsing die echter niet verhindert dat hoogte en situatie soms uit gecombineerde metingen bepaald worden. Bij de beschrijving van de onderlinge ligging van een aantal op willekeurige hoogte gelegen punten zullen wij in het vervolg onder *situatiemeting* verstaan: de bepaling van de ligging van projecties op de geoïde. Onder *hoogtemeting* verstaan wij de bepaling van hun afstand tot de geoïde (in de regel zijn wij echter meer geïnteresseerd in de hoogteverschillen dan in hoogten boven zeeniveau). Men kan als primair doel van de landmeetkunde zien: de situatie en de hoogte van punten in getallen en in afbeeldingen (kaarten) vast te leggen.

1.4. Kaartprojecties

Een gebied dat groter is dan ca. 50×50 km^2 kan niet zonder merkbare vervormingen in een plat vlak afgebeeld worden. Als men een dergelijk groot gebied in kleinere stukken verdeelt die elk voor zich wel als vlak mogen worden beschouwd, kan men natuurlijk van elk stuk een kaart maken die praktisch geen vervormingen vertoont, maar de deelkaarten zullen niet tot een geheel aaneengesloten kunnen worden. In de leer der *kaartprojecties* bestudeert men hoe het aardoppervlak op een plat vlak kan worden afgebeeld, uiteraard met bijzondere belangstelling voor de daarbij optredende vervormingen.
Afbeelden wil hier zeggen: aan elk punt van het aardoppervlak een punt in het platte vlak toevoegen. Dit kan op allerlei manieren geschieden; elke methode geeft vervormingen van een eigen type die de afbeelding voor bepaalde doeleinden geschikt en voor andere doeleinden ongeschikt maken.
Wij zullen slechts enkele voorbeelden geven, voornamelijk van kaartprojecties die gemakkelijk meetkundig te interpreteren zijn. Dit is echter bij lang niet alle projecties het geval.
De plaats van een punt op aarde wordt vastgelegd door zijn geografische breedte φ en zijn geografische lengte λ; de plaats van een punt in een plat vlak door bijvoorbeeld rechthoekige coördinaten x en y in een of ander stelsel. Een kaartprojectie is nu een stel formules dat aan het getallenpaar of coördinaten (φ,λ) éénduidig een getallenpaar of coördinaten (x,y) toevoegt, bijvoorbeeld:

$$x = \mathrm{f}(\varphi,\lambda)$$

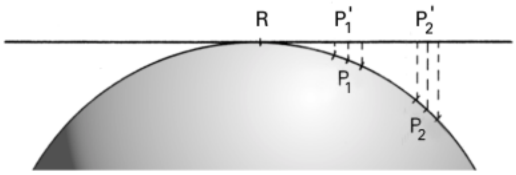
$$y = \mathrm{g}(\varphi,\lambda)$$

Een kaartprojectie is de wiskundige beschrijving van de afbeelding van coördinaten van punten op een plat vlak. Men moet zich hierbij voorstellen dat de afbeelding geschiedt met de aarde op ware grootte. Voor het maken van een kaart kan de vlakke afbeelding op zekere schaal, bijv. 1:100.000, verkleind worden. Door de vervormingen kan de schaal echter niet over de hele kaart constant zijn. In verband met de vervormingen voert men in het begrip *vergroting* van een kaartprojectie:

$$\text{vergroting} = \frac{\text{lengte van de afbeelding van een lijnstuk}}{\text{lengte van het afgebeelde lijnstuk}}$$

Het zal duidelijk zijn dat het hier om ‘differentiële lijnstukjes’ gaat; in het algemeen is de vergroting van punt tot punt verschillend en zal in een bepaald punt de vergroting in verschillende richtingen verschillende waarden hebben. Elk land heeft zijn eigen kaartprojectie. Nederland gebruikt voor de coördinaten in het stelsel van de Rijksdriehoeksmeting (RD-coördinaten, zie Hoofdstuk 2, Landelijke Stelsels) de stereografische projectie. In België gebruikt men de Lambert-projectie en in Duitsland een transversale Mercator projectie (de zgn. Gauss-Krüger-projectie). Mondiaal wordt de Universal Transverse Mercator (UTM-)projectie veel gebruikt (onder meer in NAVO-verband). Bij de hierna volgende voorbeelden wordt de aarde als een bol beschouwd. Voor geografische kaarten op zeer kleine schaal is dit wel toelaatbaar; in het algemeen moet voor topografische kaarten en voor geodetische doeleinden rekening worden gehouden met de ellipsoïdische vorm. Men kan de ellipsoïde rechtstreeks in een plat vlak afbeelden, of ook eerst de ellipsoïde op een bol afbeelden, en daarna de bol in een plat vlak.

a. De orthografische projectie



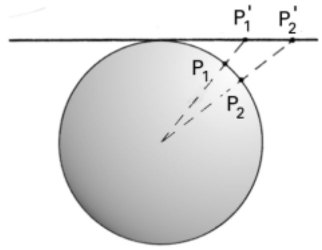
Figuur 1.8. Orthografische projectie .

Het af te beelden gebied wordt loodrecht geprojecteerd op een aan de aardbol rakend plat vlak (evenwijdige verplaatsing maakt uiteraard geen verschil). De cirkels op de bol waarvan het vlak evenwijdig is aan het raakvlak, worden op ware grootte afgebeeld. Grote cirkels door R worden als rechte lijnen afgebeeld, een stukje van zo’n cirkel wordt echter des te sterker verkleind naarmate het verder van R verwijderd is (vgl. P_1 en P_2). In het raakpunt is de vergroting in alle richtingen 1. Een cirkeltje om P_1 wordt afgebeeld als een ellips om P'_1 : daar is de vergroting dus niet in alle richtingen gelijk. De projectie is slechts goed bruikbaar voor een klein gebied om R (vgl. § 1.3). Slechts de halve bol kan één-éénduidig worden afgebeeld.

b. De gnomonische projectie

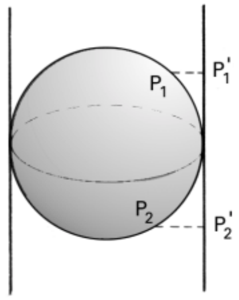
De afbeelding geschiedt door centrale projectie vanuit het middelpunt van de aardbol op een raakvlak. Er treden enorme vervormingen op, en slechts de halve bol kan afgebeeld

worden. Maar de projectie heeft de prettige eigenschap dat grote cirkels als rechte lijnen worden afgebeeld, m.a.w. de kortste verbinding op aarde wordt als kortste verbinding in het kaartvlak afgebeeld. Daarom zijn kaarten in gnomonische projectie o.a. van belang bij het maken van plannen voor scheep- en luchtvaartroutes.
Andere projecties kunnen in dit opzicht zeer misleidend zijn.



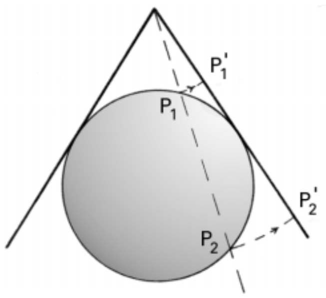
Figuur 1.9.

c. De cilinderprojectie van Lambert
Deze wordt gegeven als voorbeeld van een projectie die tot stand komt door eerst de aarde op een omhullende cilinder af te beelden en dan de cilinder a.h.w. open te knippen en af te wikkelen. Deze projectie heeft als bijzonderheid dat zij *oppervlaktegetrouw* of *equivalent* is. Men kan gemakkelijk nagaan dat een smalle ring tussen twee parallelcirkels als een ring op de cilinder wordt afgebeeld die dezelfde oppervlakte heeft; hetzelfde geldt voor eindige stukken. Kaarten in een equivalente projectie geven dus oppervlakten in hun juiste verhouding weer, hetgeen bijvoorbeeld voor statistische doeleinden van belang kan zijn. Er treden echter sterke vormveranderingen op.



Figuur 1.10.

d. De equivalente kegelprojectie



Figuur 1.11.

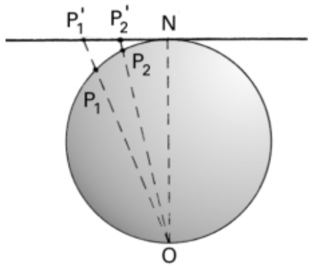
Dit is een voorbeeld van een zgn. kegelprojectie. De meridianen worden afgebeeld als beschrijvende lijnen van de kegel, afgebeeld punt en beeldpunt hebben dezelfde afstand tot de top van de kegel. Eén parallelcirkel wordt op ware lengte afgebeeld.

e. De Mercatorprojectie

Deze afbeelding kan niet als een simpele meetkundige projectie worden opgevat. De equator wordt lengtegetrouw als rechte lijn afgebeeld, de meridianen als rechte lijnen loodrecht daarop. De parallelcirkels worden eveneens als rechte lijnen afgebeeld; de afbeelding van elke parallelcirkel is even lang als die van de equator. Hoe verder een parallelcirkel van de equator is verwijderd, des te sterker wordt hij vergroot. Maar de afstand tussen de afbeeldingen van parallelcirkels wordt daarmee evenredig vergroot; hierdoor wordt bereikt dat de projectie conform is. De vergroting neemt sterk toe naarmate men verder van de equator afkomt. Voor topografische kaarten e.d., is de projectie slechts bruikbaar in gebieden rond de equator, maar zij heeft een bijzondere eigenschap die haar zeer geschikt maakt voor navigatie: een rechte lijn op de kaart stelt namelijk een lijn met vaste kompasrichting voor. Zulk een lijn, een zgn. *loxodroom*, snijdt alle meridianen onder dezelfde hoek (maar is in het algemeen geen kortste verbindingslijn).

Omdat de equator lengtegetrouw en de meridianen als evenwijdige rechte lijnen worden afgebeeld, rekent men deze projectie ook onder de cilinderprojecties. Hetzelfde type afbeelding kan men zich denken, maar dan op een cilinder waarvan de as in het equatorvlak ligt, zodat de cilinder de aarde volgens een meridiaan raakt. Hiermee verkrijgt men de projectie van Gauss-Krüger, die tegenwoordig veel gebruikt wordt voor de topografische kaarten van grote landen en voor wereldomvattende karteringen. Omdat slechts een smalle strook zonder grote vervormingen wordt afgebeeld, werkt men om de 3° of 6° met een andere cilinder zodat er in verschillende stelsels gewerkt moet worden. Een toepassing is de U.T.M.-projectie (Universal Transverse Mercator) waarbij de centrale meridiaan met een vergroting van 0,9996 wordt afgebeeld om de vervorming aan de randen te beperken.

f. De stereografische projectie



Figuur 1.12.

Projectie geschiedt op een raakvlak, het centrum is het punt *O*, diametraal tegenover het raakpunt *N*. Op grote afstand van het raakpunt nemen de vervormingen snel toe, maar voor niet al te grote gebieden is dit een zeer geschikte projectie. Een zeer belangrijke eigenschap is dat deze projectie *conform* of hoekgetrouw is. Dit houdt in dat de hoek tussen twee lijnen op het aardoppervlak gelijk is aan de hoek tussen hun afbeeldingen.

Stel dat twee grote cirkels elkaar onder een hoek α snijden, d.w.z. de hoek tussen hun raaklijnen in het snijpunt is α. De twee cirkels zullen als kromme lijnen afgebeeld worden die elkaar tevens onder α snijden. Een kleine driehoek op aarde zal dus als een daarmee gelijkvormige driehoek worden afgebeeld (de driehoek moet zo klein zijn dat de zijden als rechte lijnstukjes kunnen worden beschouwd). Daarmee zal elk stukje van de kaart een vrijwel gelijkvormige afbeelding van het corresponderende stukje terrein vormen, hoewel de schaal over de gehele kaart varieert. De eigenschap van conformiteit houdt in dat in elk punt de vergroting in alle richtingen gelijk is; een cirkeltje wordt als cirkeltje afgebeeld. Men kan aantonen dat bij de stereografische projectie in alle punten die op dezelfde cirkel om N gelegen zijn de vergroting dezelfde waarde heeft. P_1' zal echter een sterkere vergroting hebben dan P_2'. Verschillende andere projecties zijn eveneens conform. Voor geodetische doeleinden worden vrijwel uitsluitend conforme projecties gebruikt.
De stereografische projectie is voor ons van bijzonder belang omdat deze afbeelding ten grondslag ligt aan het vlakke coördinatenstelsel dat in Nederland voor vrijwel alle geodetische en kartografische doeleinden gebruikt wordt, het stelsel van de Rijksdriehoekmeting.
De vervorming die de stereografische projectie veroorzaakt is voor Nederland relatief klein, maar over het algemeen niet te verwaarlozen. Speciaal wanneer het om puntsbepaling in een groot gebied gaat moeten afstand- en richtingmetingen voor de kaartprojectie worden gecorrigeerd om in het stelsel van de Rijksdriehoekmeting (RD) te passen.
In figuur 1.12 zal een klein gebied rond het centrale punt N op ware grootte worden afgebeeld. Naarmate een punt verder van N ligt neemt de vergroting toe. Men zal het punt N ongeveer in het midden van het af te beelden land kiezen. In N is de verdroting 1, terwijl de maximale vergroting bij de verste grenspunten zal optreden. Om praktische redenen is het gewenst dat de vergroting weinig van 1 verschilt. De maximaal voorkomende absolute waarde van de vergroting kan worden teruggebracht door een algemene verkleining van de afbeelding toe te passen, wat kan worden opgevat als het resultaat van afbeelding op een evenwijdig snijvlak dat de bol snijdt volgens een cirkel waar de vergroting 1 is, en dus de afstandscorrectie nul. Voor het RD-net is het centrale punt Amersfoort.
De formule voor de correctie van een gemeten afstand ℓ is voor een punt P_i op afstand ri van Amersfoort:

$$\Delta\ell = -9{,}2 + \frac{r_i^2}{1629} \text{ mm per 100 m}$$

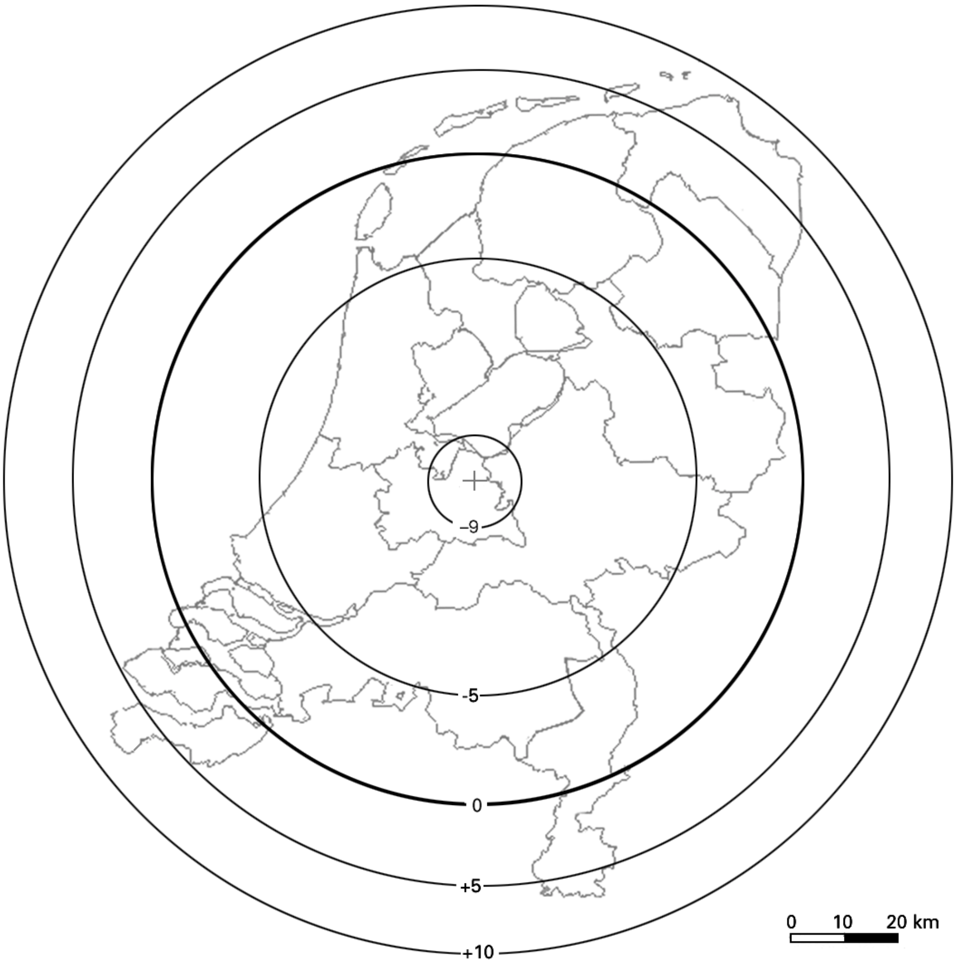
Het centrale punt Amerfoort heeft de RD-coördinaten

$$X = 155.000\ ;\ Y = 463.000 \text{ (in meters)}$$

De gebruiksformule voor de correctie $\Delta\ell$ in een punt met RD-coördinaten X, Y wordt daarmee:

$$\Delta\ell = -9{,}2 + \frac{(X-155)^2 + (Y-463)^2}{1629} \tag{1.2}$$

$\Delta\ell$ in mm/100 m, X en Y in km (afgerond).
Punten met gelijke correctie vormen cirkels met Amersfoort tot middelpunt, zie figuur 1.13. Op een cirkel met een straal van ca 120 km is de afstandcorrectie nul. Bij afstanden tot enkele kilometers kan men de correctie in het midden van de betrokken lijn gebruiken. Bij grotere afstanden berekent men $\Delta\ell$ voor elk der eindpunten en neemt men het gemiddelde.



Figuur 1.13. Correcties aan gemeten afstanden voor stereografische projectie in mm per 100 m.

Naast de correctie voor afstanden maakt de stereografische projectie ook correcties aan gemeten richtingen nodig. De projectie beeldt namelijk de kortste verbinding tussen twee punten A en B (die in feite een stukje van een grote cirkel op de bol is) af als een cirkel. Omdat in het kaartvlak wordt gerkend met rechte lijnen is een correctie van boog naar koorde nodig. De formule voor de correctie aan de gemeten richting van A naar B kan in RD-coördinaten worden uitgedrukt.

Stel

$$X'_A = X_A - 155.000$$
$$Y'_A = Y_A - 463.000 \quad \text{enz.}$$

dan krijgt men de aan de gemeten richting van A naar B aan te brengen correctie δ_{AB} compleet met teken uit

$$\delta_{AB} = \frac{-X'_A Y'_B + X'_B Y'_A}{2560} \text{ mgon}^{*)} \tag{1.3}$$

X' en Y' in km (afgerond)

Indien de lijn AB door het punt Amersfoort gaat is de correctie nul, voor een richting loodrecht daarop is de correctie maximaal of minimaal. Om een indruk te geven van de waarden van δ_{AB} die bij verschillende afstanden tussen A en B in verschillende delen van het land optreden geven wij hieronder enkele voorbeelden.

Afstand *AB*	1 km			5 km			10 km		
X'_A km Y'_A km	10 0	100 0	170 0	10 0	100 0	170 0	10 0	90 0	108164
X'_B Y'_B	10 1	100 1	170 1	10 5	100 5	170 5	10 10	100 0	100170
δ_{AB} mgon	–0,004	0,004	–0,07	–0,02	–0,19	–0,33	–0,04	0,00	+0,77

Literatuur

E. BACHMANN, *Wer hat Himmel und Erde gemessen*?, München, 1965.

G. BOMFORD, *Geodesy*, 4e druk, Oxford, 1980.

W.A. HEISKANEN en H. MORITZ, *Physical geodesy*, San Francisco en London, 1967.

H.J. HEUVELINK, *De stereografische kaartprojectie in hare toepassing bij de Rijksdriehoekmeting*, Delft, 1918.

JORDAN – EGGERT – KNEISSL, *Handbuch der Vermessungskunde*, 10e druk, Band III, IV en V, Stuttgart, 1949-1968.

E.J. KRAKIWSKY en P. VANICEK, *Geodesy*, *the Concepts*, 2e druk Amsterdarn, New York en Oxford, 1986.

J.J. LEVALLOIS, *Géódésie générale*, 4 dln., Paris, 1969-1971.

E.J. DE MIN, *De geoïde voor Nederland*, NGT Geodesia 1996 No. 5 blz. 191.

World Geodetic System 1984

P. RICHARDUS en R.K. ADLER, *Map projections*, Amsterdam-Oxford, 1971.

A.A. ROBINSON en anderen, *Elements of cartography*, 5e druk, New York, 1984.

G.L. STRANG VAN HEES, *Bepaling van de straal van de aarde*, NGT Geodesia 1994 No. 2 blz. 80.

F.H. Schreutelkamp, *De geoïde voor Nederland astrometrisch getoetst*, NGT Geodesia 2001 No. 9 blz. 404

*) mgon betekent milligon, dit is het duizendste deel van een centisimale graad, de eenheid in het stelsel waarbij een rechte hoek 100° telt. Een radiaal is 63662 mgon.

W. TORGE, *Geodäsie*, Berlin- New York, 1975 (Sammlung Göschen 2163).
Engelse versie: *Geodesy, an introduction*, Hawthorne, N.Y., 1980.

Toets uw kennis

1. Geef beknopt maar duidelijk aan wat u verstaat onder de volgende begrippen, eventueel toegelicht met eenvoudige schetsen:

   de verticaal in een punt van het aardoppervlak;
   een niveauvlak;
   de geoïde;
   het horizontale vlak in een punt;
   situatiemeting;
   hoogtemeting.

2. Als een zelfstandig op te meten gebied niet te groot is, kan men wat de situatiemeting betreft de aarde als vlak beschouwen. Preciseer deze bewering en geef aan tot welke gebiedsgrootte ze voor de meeste doeleinden geldt. Geldt hetzelfde voor de hoogtemeting?
   Motiveer Uw antwoord.
3. Iemand bevindt zich op een toren van 100 m hoogte, met rondom vlak land. Bereken tot op gehele km de straal van het gebied tot de horizon dat hij kan overzien (houd geen rekening met buiging der lichtstralen).
4. Twee punten liggen elk op 1280 m boven zeeniveau, hun direct gemeten afstand is 1200 m. Bereken de afstand tussen hun projecties op zeeniveau.
5. Twee punten A en B bevinden zich even hoog boven zeeniveau. Hoever is B van het horizontale vlak door A verwijderd als de afstand AB 4 km bedraagt?
6. Wat is de algemene formulevorm van een kaartprojectie?
7. Van welke vorm(en) van de aarde gaat men uit bij de afbeelding?
8. Wat weet u van de vergroting bij kaartprojecties?
9. Welke projectie beeldt grote cirkels als rechte lijnen af? Waarvoor wordt deze gebruikt?
10. Noem een belangrijke eigenschap van conforme kaartprojecties. Wat weet u van de vergroting in een punt van een conforme afbeelding?
11. Wat is een equivalente kaartprojectie? Is een kaart in deze projectie geschikt om kortste verkeersroutes tussen continenten te plannen?
12. Noem twee equivalente projecties en schets de meetkundige interpretatie.
13. Beschrijf de Mercatorprojectie.