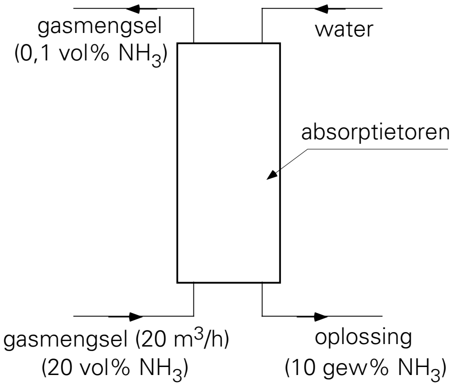
1 Balansen

1.1. Men maakt een oplossing van ammoniak (NH_3) in water (10 gewichts% NH_3) door een ammoniak-luchtmengsel in contact te brengen met water.



Figuur 1.1. Figuur bij vraagstuk 1.1.

Dit proces gebeurt in tegenstroom in een absorptietoren (zie figuur 1.1). Er komt 20 m^3/h ammoniak-luchtmengsel de toren binnen; hiervan is 20 volume% NH_3. Het gasmengsel dat de toren verlaat bevat 0,1 volume% NH_3. De druk is overal 10^5 N/m^2 en de temperatuur is overal 20 °C.
Ammoniak gedraagt zich onder de gegeven omstandigheden als een ideaal gas. De gasconstante is R = 8,3·10^3 J/kmol K. De molaire massa van ammoniak bedraagt M = 17 kg/kmol. Er lost geen lucht in water op. De toestand is stationair.

a. Stel een massabalans op voor de lucht in de absorptietoren en bereken hiermee de volumestroom van het uitgaande gasmengsel.

b. Stel een massabalans op voor het ammoniakgas in de absorptietoren en bereken hiermee de massastroom van de geproduceerde ammoniakoplossing.

1.2. In een 12-uurs test-run zijn voor een kolengestookte stoomketel in stationaire operatie de volgende gegevens bepaald:

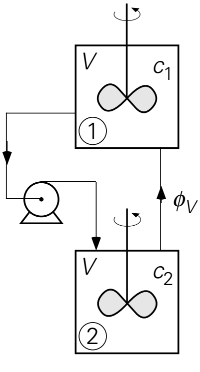
samenstelling van gestookte kool:	koolstof	65,93 %
(in gewichtspercentages)	waterstof	3,50 %
	stikstof	1,30 %
	gebonden water	6,31 %
	vrij water	4,38 %

	as	18,58 %
	totaal	100 %
samenstelling van de rookgassen:	CO_2	11,66 %
(in molpercentages)	CO	0,04 %
	O_2	6,52 %
	N_2	81,78 %
	totaal	100 %

a. Hoeveel kmol (droog) gas verlaat, per 100 kg gestookte kool, de schoorsteen, als, per 100 kg kool, 2,67 kg koolstof de stookruimte met de as via de asuitlaat verlaat? (Stel een massabalans over de koolstof op).

b. Hoeveel kg verbrandingslucht (met 21 mol-% O_2) wordt gebruikt voor 100 kg kool? Hint: het is niet noodzakelijk om weer met een koolstofbalans te werken.

1.3. *Zie figuur 1.2.* Twee perfecte mengers zijn op de in de figuur aangegeven wijze verbonden. De pomp verpompt een debiet ϕ_v (m^3/s).



Figuur 1.2. Figuur bij vraagstuk 1.3.

Op het tijdstip $t = 0$ is menger (1) geheel gevuld met een oplossing van zout in water. De zoutconcentratie is c_0 (kg/m^3). Menger (2) is op het tijdstip $t = 0$ geheel gevuld met zuiver water. Het volume van elk der mengers is V (m^3). Het volume van de verbindingsleidingen en de pomp is te verwaarlozen.

a. Wat is op elk tijdstip het eenvoudige verband tussen de zoutconcentratie c_1 in menger (1) en de zoutconcentratie c_2 in menger (2)?

b. Bereken de zoutconcentratie in menger (2) als functie van de tijd. Stel daarvoor een massabalans op voor het zout in menger (2).

c. Schets in één figuur de zoutconcentratie in beide mengers als functie van de tijd. Geef duidelijk aan welke waarde deze concentraties na lange tijd krijgen.

1.4. Twee identieke, perfect geroerde vaten zijn ieder geheel gevuld met 450 kg van een zoutoplossing. De concentratie zout in vat 1 bedraagt aanvankelijk 0,05 kg zout per kg oplossing; de concentratie zout in vat 2 is 0,025 kg zout per kg oplossing. De uitgang van vat 1 is verbonden met de ingang van vat 2. Vanaf het tijdstip $t = 0$ wordt zuiver water met een debiet $\phi_m = 0{,}19$ kg/s vat 1 ingepompt. Het volume van de leidingen is verwaarloosbaar ten opzichte van het volume van elk der vaten. Neem aan dat de massa zoutoplossing in elk vat in de loop van de tijd niet verandert.

a. Stel een massabalans op voor het zout in vat 1 en leid het verloop van de concentratie x_1 in vat 1 als functie van de tijd t af.

b. Stel een massabalans op voor het zout in vat 2 en leid het verloop van de concentratie x_2 in vat 2 als functie van t af.

c. Bereken het tijdstip waarop $x_2(t)$ maximaal is. Hoe groot is dan x_2?

1.5. Door een perfect geroerd vat (volume V) stroomt een zoutoplossing (debiet ϕ_V) met een concentratie c_0. Het vat is geheel gevuld. Deze situatie is inmiddels stationair, zodat de concentratie in het vat ook c_0 bedraagt.

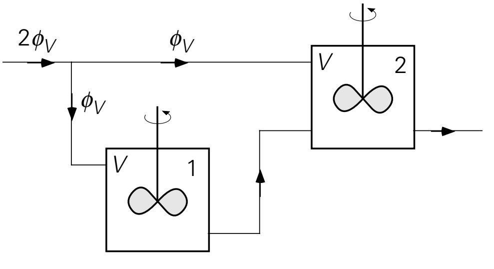
Vanaf tijdstip $t = 0$ wordt een tweede stroom het vat ingeleid, terwijl de eerste stroom ongewijzigd blijft. Het debiet van deze stroom is $\frac{1}{2}\phi_V$, terwijl de zoutconcentratie $2c_0$ bedraagt. Gedurende het hele proces blijft het vat geheel gevuld.

a. Stel een massabalans op voor het zout in het vat.

b. Leid het verloop van de concentratie in het vat als functie van t af. Vermeld expliciet de gebruikte randvoorwaarde(n).

c. Hoe groot wordt de zoutconcentratie in het water zeer lang nadat de tweede stroom is ingeschakeld?

1.6. Beschouw 2 ideaal geroerde tanks, die aan elkaar gekoppeld zijn volgens het schema in figuur 1.3.



Figuur 1.3. Figuur bij vraagstuk 1.6.

De tanks zijn geheel gevuld met een zoutoplossing met een concentratie c_0. De beide tanks zijn aangesloten op een hoofdleiding, waardoor een debiet $2\phi_V$ van dezelfde zoutoplossing stroomt. Vlak voor de tanks splitst dit debiet in twee even grote stromen (zie figuur) De beide tanks zijn geheel gevuld. Deze toestand is inmiddels stationair.

Vanaf tijdstip $t = 0$ wordt echter overgeschakeld op een even grote hoofdstroom, maar nu van zuiver water. De debieten blijven verder hetzelfde.

N.B. Het volume van de leidingen is verwaarloosbaar klein.

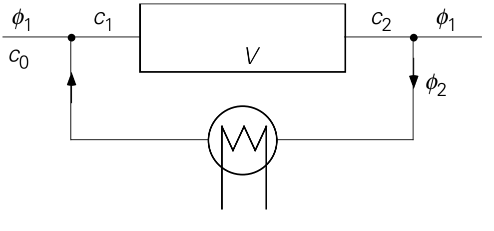
a. Stel een massabalans op voor het zout in tank 1 en bepaal het verloop van de zoutconcentratie in de uitgang van tank 1.
b. Hoe groot is het debiet dat tank 2 verlaat?
c. Stel een massabalans op voor het zout in tank 2 en bepaal het verloop van de zoutconcentratie in tank 2.

1.7. Een open, ideaal geroerde tank (volume V_0) is voor een kwart gevuld met zuiver water. Op tijdstip $t = 0$ stroomt aan de ingang van de tank een zoutoplossing met een concentratie c_0 het vat binnen. Het volumedebiet bedraagt ϕ_V. Ook vanaf $t = 0$ stroomt er een volumedebiet ter grootte $\frac{3}{4}\,\phi_V$ het vat uit.
De vragen, die beantwoord moeten worden, hebben betrekking op het tijdsinterval tussen $t = 0$ en het moment dat de tank geheel vol is.
a. Bepaal het verloop van het vloeistofniveau als functie van de tijd.
b. Stel de differentiaalvergelijking op die de zoutconcentratie in de uitgang van het vat beschrijft.
c. Bepaal het verloop van de zoutconcentratie in de uitgang van het vat als functie van de tijd.

1.8. Een perfect geroerde tank is geheel gevuld met water. In het water is een katalysator gedispergeerd. Dit materiaal katalyseert de reactie: A → B. De tank wordt doorstroomd met zuiver water met een debiet ϕ_V. De katalysator kan de tank niet uit. Op het tijdstip $t = 0$ wordt aan de ingang plotseling overgeschakeld op water met daarin opgelost stof A (concentratie C_{A0}).
Bepaal het verloop van de concentratie van A in de uitgang van de tank. Hierbij mag worden aangenomen dat de reactie A → B eerste-orde is met een reactiesnelheidsconstante k_r.

1.9. In een ideale buisreactor wordt een stof A volgens een eerste-orde chemische reactie omgezet. De massastroom van toe- en afvoer is ϕ_1 (zie figuur 1.4). Voor een betere benutting van stof A wordt een massastroom ϕ_2 gerecirculeerd. De recirculatieverhouding a is dan gedefinieerd als

$$a = \frac{\phi_2}{\phi_1 + \phi_2}$$



Figuur 1.4. Figuur bij vraagstuk 1.9.

Belangrijke concentraties van stof A zijn c_0 (in de toevoerstroom), c_1 (vlak voor de reactor) en c_2 (in de afvoerstroom). Er mag aangenomen worden dat de reactie alleen plaats vindt in de reactor (volume V).

a. Leid een uitdrukking af voor c_0/c_2.

b. Bespreek de limietgevallen $a \to 0$ en $a \to 1$: hoe luiden dan de uitdrukkingen voor c_0/c_2?

1.10. Een ideaal geroerde tank (volume V) is op tijdstip $t = 0$ gevuld met zuiver water. Vanaf tijdstip $t = 0$ wordt de tank doorstroomd met een waterige oplossing van stof A. Het debiet is ϕ_V. De concentratie c_0 in de ingaande stroom is constant.

a. Bepaal het verloop van de concentratie van stof A in de tank als functie van de tijd.

Op tijdstip $t_1 = V/\phi_V$ wordt er een katalysator aan de inhoud van de tank toegevoegd. Hierdoor wordt stof A middels een 0^e-orde reactie (reactiesnelheidsconstante k_0 in kg/m^3s) omgezet in een andere stof.

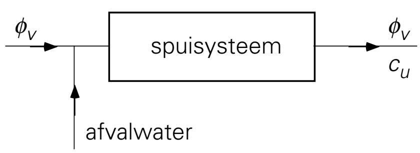
b. Bepaal nu het verloop van de concentratie van stof A in de tank als functie van de tijd.

c. Leg kort uit waarom de keuze van het tijdstip waarop de katalysator aan de tank wordt toegevoegd, geen invloed heeft op de concentratie van stof A in de stationaire toestand die uiteindelijk bereikt wordt.

1.11. *Zie figuur 1.5.* Een relatief kleine afvalwaterstroom van een fabriek wordt verdund in een forse spuistroom ($\phi_v = 0{,}1\ m^3/s$) en afgevoerd naar zee. Stopt men de fabriek en dus de afvalwaterstroom, dan blijkt de concentratie verontreiniging in de gehandhaafde spuistroom aan de uitgang van het spuisysteem (c_u) vrijwel exponentieel met de tijd (t) naar nul te gaan, namelijk volgens

$$\frac{c_u}{c_0} = e^{-t/\tau}$$

(c_0 = concentratie verontreiniging in het gehele spuisysteem voor de fabriek gestopt wordt; τ = tijdconstante). De concentratie aan de uitgang wordt daardoor iedere 100 minuten gehalveerd.



Figuur 1.5. Figuur bij vraagstuk 1.11.

a. Toon aan dat het spuisysteem zich gedraagt als perfecte menger en bereken τ.

b. Indien nu de fabriek stationair draait en een hoeveelheid van 1 kg zeer schadelijk materiaal, uniform verdeeld over 10 minuten, in de afvalwaterstroom terechtkomt, wat wordt dan de maximale concentratie van dit materiaal aan de spui-uitgang?

1.12. Door een tank van 6 m^3 inhoud, waarin goed geroerd wordt (perfecte menger), stroomt 0,1 m^3/s vloeistof A. Plotseling wordt op een gelijke stroom vloeistof B overgeschakeld. Na hoeveel tijd bevat het mengsel dat uit het vat komt, minder dan 1% A? Stel daarvoor een massabalans op voor de stof A die zich in de tank bevindt. Bepaal tevens de F- en de C-functie voor dit systeem.

1.13. Twee perfect geroerde tanks zijn geheel gevuld met water. De uitgang van de eerste tank is verbonden met de ingang van de tweede tank. Het volume van de eerste tank is V, dat van de tweede tank bedraagt $2V$. Beide tanks worden aanvankelijk doorstroomd met zuiver water (volumedebiet ϕ_V). Op tijdstip $t = 0$ wordt overgeschakeld op een suikeroplossing van eenzelfde debiet (en suikerconcentratie c_0). De opdracht is om de verblijfstijdspreiding van dit stelsel te bepalen. Hiertoe worden de volgende onderdelen uitgevoerd:

a. Stel een massabalans op voor de suiker in de eerste tank en leid het verloop van de concentratie c_1 in deze tank als functie van t af.

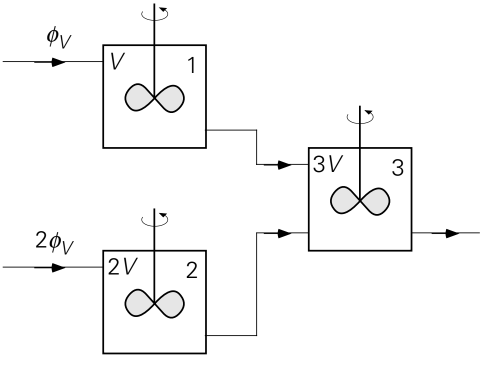
b. Stel een massabalans op voor de suiker in de tweede tank en leid het verloop van de concentratie c_2 in de tweede tank als functie van t af.

c. Bepaal de F-functie van dit systeem op basis van de gemiddelde verblijfstijd:

$$\tau = \frac{V_{\text{totaal}}}{\phi_V}$$

d. Bepaal de C-functie.

1.14. Beschouw 3 ideaal geroerde tanks, die aan elkaar gekoppeld zijn volgens het schema in figuur 1.6.



Figuur 1.6. Figuur bij vraagstuk 1.14.

De tanks zijn geheel gevuld met een zoutoplossing met een concentratie c_0. Tank 1 wordt doorstroomd met een zoutoplossing (met een debiet Φ_V) die eveneens een concentratie c_0 heeft. Tank 2 wordt ook doorstroomd met een zoutoplossing van

concentratie c_0, echter met een debiet $2\phi_V$. Deze situatie is inmiddels stationair. Vanaf tijdstip $t = 0$ wordt echter voor de stromen, die tank 1 en tank 2 ingaan, overgeschakeld op zuiver water. De debieten blijven hetzelfde.
N.B. Het volume van de leidingen is verwaarloosbaar klein.

a. Stel een massabalans op voor het zout in tank 1 en bepaal het verloop van de zoutconcentratie in de uitgang van tank 1.
b. Stel een massabalans op voor het zout in tank 2 en bepaal het verloop van de zoutconcentratie in de uitgang van tank 2.
c. Hoe groot is het debiet dat tank 3 verlaat?
d. Stel een massabalans op voor het zout in tank 3 en bepaal het verloop van de zoutconcentratie in tank 3.
e. Bepaal de F en C-functies van dit systeem.

1.15. Op tijdstip $t = 0$ is een ideaal geroerde tank (volume V) slechts voor de helft gevuld met water. De temperatuur van het water is dan T_0. Vanaf tijdstip $t = 0$ komt er een waterdebiet ϕ_V de tank binnen. Dit water heeft een temperatuur T_1. Tevens stroomt er vanaf $t = 0$ een waterdebiet van $\frac{1}{2}\,\phi_V$ de tank uit.
Het vermogen dat de roerder in de tank afgeeft mag verwaarloosd worden. Er vindt geen warmte-uitwisseling tussen het vat en de omgeving plaats. De vragen hebben betrekking op het tijdsinterval tussen $t = 0$ en het moment dat de tank overloopt.

a. Stel een massabalans op voor het water in de tank en bepaal het verloop van het watervolume in de tank.
b. Stel een thermische-energiebalans op voor het water in de tank.
c. Bepaal het verloop van de temperatuur in de tank.
d. Bereken de temperatuur van de inhoud van de tank op het moment dat de tank overloopt.

1.16. In een ideaal geroerd vat (volume $V = 10\ \text{m}^3$) vindt een eerste-orde reactie plaats waarbij stof A wordt omgezet in B met een reactiesnelheidsconstante k_r = 0,008 s^{-1} (deze waarde is onafhankelijk van de temperatuur). Bij deze reactie komt warmte vrij. De reactie-enthalpie per kilogram omgezette stof A bedraagt $\Delta h_r = 1200$ kJ/kg. Door het vat stroomt een volumedebiet $\phi_V = 25\ l/\text{s}$. De concentratie van stof A aan de instroom is $c_0 = 120\ \text{kg/m}^3$, de temperatuur van de instroom is $T_0 = 69\ °\text{C}$. De dichtheid van de oplossing met A en/of B bedraagt $\rho = 1000\ \text{kg/m}^3$, de soortelijke warmte is $c_p = 4$ kJ/kgK. Verwaarloos veranderingen van deze twee waarden als gevolg van temperatuurveranderingen en/of verandering van de samenstelling.

a. Bepaal onder stationaire condities de concentratie van stof A en de temperatuur in het vat. Verwaarloos de energietoevoer als gevolg van het roeren en de warmte-uitwisseling tussen het vat en de omgeving.

Plotseling valt de pomp, die het volumedebiet ϕ_V verzorgt, uit. Er stroomt nu vloeistof het vat in noch uit. Het vat blijft ideaal geroerd. De temperatuur van het vat loopt op. Er moet voorkomen worden dat de temperatuur de 100 °C bereikt in verband met zeer ongewenste kookverschijnselen. Hiertoe kan een zeer kleine hoeveelheid van een zogenaamde killing agent in het vat worden geïnjecteerd. Dit stofje stopt de chemische reactie in het vat onmiddellijk.

b. Hoe lang (na liet uitvallen van de pomp) duurt het tot de temperatuur in het vat de 100 °C heeft bereikt? Met andere woorden: hoeveel tijd heeft de operator maximaal voor de injectie van de killing agent?

1.17. Een fluitketel, die gedeeltelijk met water is gevuld, staat op het gasfornuis. De gasvlam voert een warmtestroom (ϕ_{w1}) aan de ketel toe, terwijl er via de ketelwand een warmteverliesstroom (ϕ_{w2}) naar de omgeving is. Verwaarloos de warmte-capaciteit van de ketelwand.
Stel voor de ketel plus inhoud de balansen op voor massa en energie in het geval:

a. het water wordt opgewarmd (verwaarloos verdamping en uitzetting van het vloeibare water)

b. het water kookt (waterdamp verlaat de ketel, massastroom ϕ_m).

1.18. Een fornuis moet een warmtestroom van 100 MW aan een fabriek leveren. Het fornuis wordt gestookt met methaan en lucht (20 mol% O_2, 80 mol% N_2) die op 20 °C worden aangevoerd. Na passage door een warmtewisselaar waarin de gewenste warmtestroom aan de gassen onttrokken wordt, hebben de rookgassen van het fornuis een temperatuur van 120 °C. De druk is overal dezelfde.
De verbrandingsenthalpie van methaan is 900 kJ/mol. Voor de molaire warmte van alle gassen mag c_p = 40 J/(mol °C) genomen worden.
De verbrandingsreactie is: $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$.
De rookgassen bevatten geen methaan en zuurstof.
Bereken de benodigde molstromen methaan en lucht door een energiebalans op te stellen over de gassen in het fornuis. De toestand is stationair.

1.19. In een open vat (volume V) wordt water ideaal geroerd. Zowel het water als de omgeving bevinden zich op een temperatuur van 20 °C.
Op tijdstip $t = 0$ worden aan- en afvoer van het vat geopend en vanaf dat moment stroomt er een debiet ϕ_V van water van 70 °C het ideaal geroerde vat binnen. Een even groot debiet loopt ook weer het vat uit.
Naar mate het water in het vat warmer wordt zal het meer warmte verliezen aan de omgeving. Deze warmtestroom ϕ_q hangt uiteraard af van het verschil tussen de watertemperatuur T en de omgevingstemperatuur T_a. Er geldt: $\phi_q = \beta\,(T - T_a)$.

a. Wat is de eenheid waarin β wordt uitgedrukt?

b. Stel een thermische energiebalans op voor het water in het vat.

c. Bepaal het verloop van de temperatuur in het vat als functie van de tijd.

d. Bepaal in de stationaire toestand de temperatuur van het water.

1.20. In een open vat (diameter 0,45m) wordt 70 liter water in een ideaal geroerde toestand gehouden met behulp van een Rushton turbineroerder.
Gegeven zijn:
toerental van de roerder: N = 2 s^{-1}
roerderdiameter: D = 0,15 m

Onder deze turbulente stromingscondities is het vermogenskental Po van deze roerder gelijk aan 5, waarbij Po gedefinieerd is als $P/\rho N^3 D^5$.
Tenslotte zijn water, vat en omgeving aanvankelijk alle op een temperatuur van 20 °C.

a. Tot welke temperatuurverhoging van het water leidt roeren onder deze condities gedurende een half uur. Vermeld duidelijk welke balans je hierbij gebruikt. De warmte-uitwisseling tussen het water en het vat en/of de omgeving mag verwaarloosd worden.

b. Op zeker tijdstip (zeg t = 0) worden toe- en afvoer geopend en vanaf dat moment stroomt er per seconde 1 l water van 70 °C door het nog steeds ideaal geroerde vat. Hoe lang duurt het voor het water in het vat 45 °C is geworden? Warmte-uitwisseling met vat en buitenwereld mag nog steeds verwaarloosd worden.

c. Als het water de temperatuur van 45 °C heeft bereikt, worden toe- en afvoer weer gesloten, maar de roerder blijft draaien. Langzaam zal het water zijn warmte afstaan aan vat en omgeving. Deze warmtestroom ϕ_q hangt uiteraard af van het verschil tussen watertemperatuur T en omgevingstemperatuur T_a. Er geldt: $\phi_q = \beta(T - T_a)$. Wat is de eenheid waarin β uitgedrukt wordt? Leid de uitdrukking af voor de watertemperatuur T als functie van de tijd.

1.21. In het dorpje Stechelberg in de Zwitserse Alpen bevindt zich een elektriciteitscentrale die werkt op waterkracht. Het water wordt uit een breed reservoir afgetapt en loopt door een zogenaamde drukleiding naar de generatoren. De drukleiding heeft een diameter van 75 cm. Het hoogteverschil tussen in- en uitgang van de leiding bedraagt 250 m. Meteen na de generatoren komt het water in een breed kanaal uit. Er stroomt een debiet van ϕ_V = 1,03 m^3/s door de centrale.
Ten gevolge van wrijving is de temperatuur van het water juist voor de generatoren $4{,}5 \cdot 10^{-3}$ °C hoger dan de watertemperatuur aan de inlaat van de drukleiding. Er is geen warmte-uitwisseling met de omgeving.

a. Bereken de druk vlak voor de generatoren.

b. Bereken het elektrisch vermogen van de centrale, uitgaande van 100% rendement.

1.22. De rookgassen van een fornuis worden toegevoerd aan de voet van een grote, hoge schoorsteen die op de grond staat. De schoorsteen heeft een constante diameter. De rookgassen zijn op een temperatuur van 227 °C, terwijl de buitenlucht 20 °C is.

De druk p_1 onderin de schoorsteen is 250 Pa beneden de atmosferische druk van 1 bar gemeten op grondniveau. Verder is gegeven dat de dichtheid ρ_a van lucht en de dichtheid ρ_g van de rookgassen bij 0 °C en 1 atm. beide 1,3 kg/m^3 bedragen. Tenslotte mag er vanuit gegaan worden dat de rookgassen door de schoorsteen gaan zonder warmteverliezen naar buiten en zonder energiedissipatie.

a. Hoe groot is de luchtdruk op de hoogte H van de top van de schoorsteen?

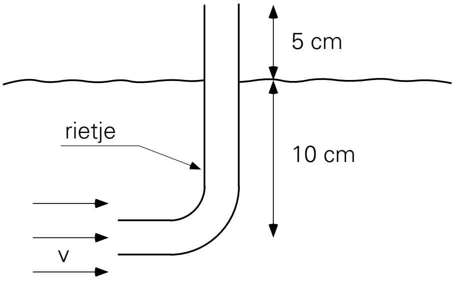
b. Hoe ziet de thermische-energiebalans over de schoorsteen er uit? (Licht toe waarom sommige termen niet voorkomen.)

c. Hoe zien de totale-energiebalans en de mechanische-energiebalans over de schoorsteen er uit? Licht uw antwoorden toe.

d. Hoe hoog is de schoorsteen bij bovenvermelde gegevens?

e. Een student stelt voor een deel van de warmte van de rookgassen terug te winnen door de rookgassen, alvorens ze de schoorsteen in te sturen, eerst nog door een waste-heat boiler te leiden. Wat is de consequentie hiervan voor de hoogte H dan wel voor de druk p onderin de schoorsteen?

1.23. Om de stroomsnelheid van een beekje te bepalen wordt het volgende proefje gedaan. Een omgebogen rietje wordt gedeeltelijk onder water gestoken (zie figuur 1.7). Als het uiteinde nog maar 5 cm boven het wateroppervlak uitkomt, begint er net water uit te stromen.

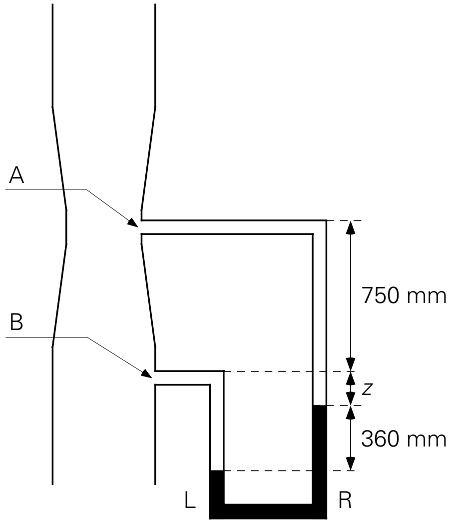


Figuur 1.7. Figuur bij vraagstuk 1.23.

a. Hoe groot zijn de stuwdruk en de stroomsnelheid in de rivier ter hoogte van de opening van het rietje?

b. Als het rietje 4 cm verder onder water gehouden wordt, stroomt er water door het rietje met een gemiddelde snelheid van 0,33 m/s. Bereken hoeveel energie er per kg water gedissipeerd wordt in het rietje.

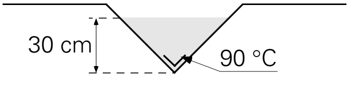
1.24. Het waterdebiet door een verticale leiding (diameter 300 mm) wordt bepaald met een venturibuis (kleinste doorsnede: diameter 150 mm). Het kwik in de manometer laat een niveauverschil van 360 mm tussen beide benen zien (zie figuur 1.8). Bepaal uit de gegevens in de figuur het waterdebiet. Drukverliezen ten gevolge van dissipatie mogen worden verwaarloosd.



Figuur 1.8. Figuur bij vraagstuk 1.24.

1.25. In het huis van Prof A. te C. bevindt zich een rechthoekige badkuip (doorsnede A is constant over de hoogte). Als de kraan wijd open staat en de afvoer gesloten is, stroomt het bad in 20 minuten vol. De waterhoogte is dan 50 cm. Het tot deze hoogte gevulde bad loopt bij gesloten kraan leeg in 32 min, via de afvoer in de bodem. De stromingsweerstand in het gat is daarbij snelheidsbepalend. Op zekere dag wil Prof. A. in het bad gaan en draait hij de kraan wijd open, maar in zijn verstrooidheid vergeet hij de stop op de afvoer te doen. Hoe hoog zal het water in het bad uiteindelijk komen te staan?

1.26. In een overloop bevindt zich een V-vormige opening (zie figuur 1.9). Als het water 30 cm boven de onderkant van de opening staat, stroomt er 70 liter/s door. Bereken de doorstroomcoëfficiënt C.

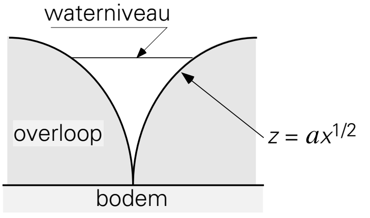


Figuur 1.9. Figuur bij vraagstuk 1.26.

1.27. In een langzaam stromend beekje (breedte B) wordt een overloop met scherpe rand geplaatst. De rand van de overloop wordt beschreven met de functie $z = a \cdot x^{1/2}$ (zie figuur 1.10).

De punt van de overloop rust juist op de bodem van het beekje. De waterhoogte stroomopwaarts van de overloop en precies boven de overloop is h_0. De snelheid van het water stroomopwaarts van de overloop is verwaarloosbaar. De toestand is stationair en dissipatie mag worden verwaarloosd.

a. Leid het verband af tussen de snelheid van het water in een punt in de overloop en de hoogte z van dit punt boven de bodem van de beek?



Figuur 1.10. Figuur bij vraagstuk 1.27.

b. Bepaal het verband tussen het totale debiet door de overloop en de waterhoogte stroomopwaarts van de beek.

c. Hoe groot moet de constante a gekozen worden indien de beek stroomopwaarts van de overloop 1 m breed is, een stroomsnelheid van 10 cm/s heeft en de hoogte h_0 30 cm moet bedragen.

1.28. Geef een uitdrukking (in symbool en in woord) van de 'impulsinhoud per massa-eenheid' en die per 'volume-eenheid' van een stroming.

1.29. Een horizontaal opgestelde lopende band, die met een snelheid v_b = 1,0 m/s beweegt, vangt zand op, dat uit een hopper (vultrechter) komt. Het zand valt verticaal omlaag van de hopper naar de band. De massastroom is 225 kg/s. De lopende band is in eerste instantie leeg, maar wordt geleidelijk met zand gevuld.
Bereken de kracht die nodig is om de band voort te trekken, terwijl deze met zand wordt gevuld, door de impulsverandering van het op de band vallende zand te beschouwen. Neem hierbij aan dat de wrijving in het aandrijfsysteem van de band en in de lagers verwaarloosbaar is.
Dezelfde vraag, maar nu voor het geval de band al helemaal met zand gevuld is en er dus zand van het uiteinde van de band afvalt.

1.30. In een fabriek worden vaten op gewicht met een vloeistof afgevuld. Daartoe staan ze op een weegschaal tijdens het vulproces. De vultijd is 20 s; de snelheid van de verticale vloeistofstraal die in het vat komt, is 10 m/s.

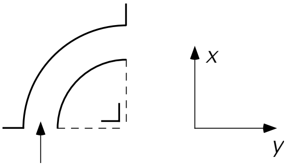
a. Welk percentage overwicht moet de weegschaal aanwijzen, opdat er goed wordt afgewogen? (Denk aan de impulsverandering die de vloeistof ondergaat).

b. Hoe wijzigt zich dit percentage, indien met dezelfde toevoerinstallatie de vultijd met 40% wordt teruggebracht?

1.31. *Zie figuur 1.11.* Door een horizontale bocht met doorsnede $A = 2\cdot 10^{-2}$ m^2 stroomt water met een snelheid v = 15 m/s, hetgeen een drukval $\Delta p = 8\cdot 10^4$ N/m^2 tot gevolg heeft. De druk aan het begin van de bocht (p_1) bedraagt 10^6 N/m^2.
$\rho = 10^3$ kg/m^3.

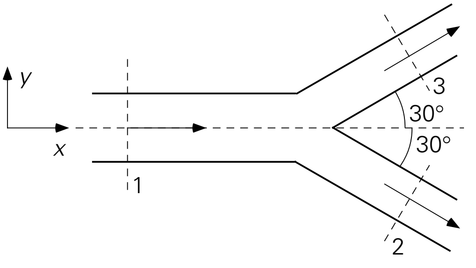
a. Stel voor het water in de bocht de impulsbalansen in x- en y-richting op.

b. Bereken de kracht naar grootte en richting die de bocht van het stromende water ondervindt.



Figuur 1.11. Figuur bij vraagstuk 1.31.

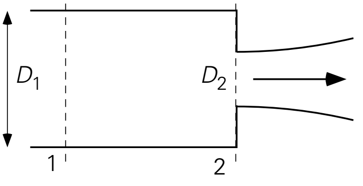
1.32. Een cilindervormige leiding ligt horizontaal op tafel. De leiding (zie figuur 1.12) vertakt zich als een Y; de vertakking is symmetrisch om de x-as. De hoek die elke tak met de x-as maakt bedraagt 30°. Voor de vertakking is de dwarsdoorsnede van de leiding $4A$. Na de vertakking heeft elke tak een cilindervormige dwarsdoorsnede met oppervlak A. Door dit systeem stroomt water. De snelheid bij punt 1 is v. De toestand is stationair. Dissipatie is verwaarloosbaar.



Figuur 1.12. Figuur bij vraagstuk 1.32.

a. Bereken de snelheid van het water dat door elk van de leidingen stroomt.
b. Bepaal de druk op positie 2 als gegeven is, dat de druk bij punt 1 gelijk aan p is.
c. Bereken de kracht die de leiding op de vloeistof uitoefent.

1.33. Uit een horizontale brandslang (cilindervormig, diameter D_1 =10 cm) spuit een waterstraal door een rond gat (met een diameter D_2 = 4 cm) dat zich aan het uiteinde van de slang bevindt (zie figuur 1.13). De snelheid van het water juist in de spuitopening is 15 m/s. De waterstraal spuit vrij de buitenlucht in.



Figuur 1.13. Figuur bij vraagstuk 1.33.

De stippellijn 2 loopt precies langs de binnenzijde van de flens met opening, die de brandslang afsluit. Bij de gevraagde berekeningen mag energiedissipatie verwaarloosd worden. Tevens mag de contractie van de waterstraal net na de uitstroomopening buiten beschouwing gelaten worden.
N.B. De toestand is stationair.

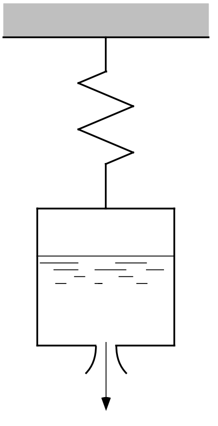
a. Stel een massabalans op voor het volume tussen 1 en 2. Bepaal hieruit de watersnelheid v_1 ter hoogte van doorsnede 1.
b. Stel een energiebalans op voor het volume tussen 1 en 2. Bepaal hieruit de drukval Δp tussen 1 en 2.
c. Stel een impulsbalans op (in de hoofdstroomrichting) voor het volume tussen 1 en 2. Bepaal hieruit de kracht F, in grootte en richting, die de flens op het water uitoefent.

1.34. Een schutting moet schoongespoten worden. Dit gaat gebeuren met een waterstraal vanuit een groot vat met water dat onder druk staat. De waterstraal treedt horizontaal uit door een gaatje (diameter D) met een scherpe rand, zodat wrijving verwaarloosbaar is. De druk p_{vat} in het vat wordt constant gehouden.

a. Hoe luidt het verband tussen de kracht F waarmee de waterstraal de schutting treft, en de snelheid waarmee de straal het vat verlaat? Vermeld expliciet welke balans je hanteert.

b. Hoe luidt het verband tussen de kracht F waarmee de waterstraal de schutting treft, en de druk p_{vat} in het vat? Vermeld expliciet welke balans je hanteert. De rol van het waterniveau in het vat kan verwaarloosd worden. Wat betekent dit voor de druk in het vat?

1.35. Een groot vat, dat deels gevuld is met water, hangt aan een veer (zie figuur 1.14). In de bodem van het vat zit een klein gaatje (diameter D = 1 cm). Hierdoor stroomt water naar buiten. De druk van het gas boven het vat is 5 bar. De hoogte van het water in het vat is 1 m. De diameter van het vat is 50 cm. Het vat is zo groot dat de toestand als stationair mag worden opgevat.



Figuur 1.14. Figuur bij vraagstuk 1.35.

a. Bereken de snelheid van het water dat uit gaatje in de bodem stroomt. Dissipatie mag hierbij worden verwaarloosd. Vermeld expliciet welke balans je gebruikt.

b. Bepaal de kracht die de veer op het vat moet uitoefen. Hierbij mag de massa van het vat (d.w.z. zonder inhoud) verwaarloosd worden. Vermeld expliciet welke balans je gebruikt.

1.36. Onder aan het uiteinde van een verticaal opgesteld glazen capillair met een buitendiameter van 2 mm worden heel langzaam afzonderlijke waterdruppeltjes gevormd. De stroming door het capillair is verwaarloosbaar klein. Als de oppervlaktespanning van water $70 \cdot 10^{-3}$ N/m bedraagt, bereken dan met behulp van een krachtenbalans de diameter van de druppels die van het capillair vallen.