UITWERKINGEN BIJ DE OEFENOPGAVEN BIJ ELEKTRISCHE OMZETTINGEN

M.J. Hoeijmakers

Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde
en Informatica
Electrical Power Processing

Augustus 2007

Tekeningen:
H. Paling

INHOUD

1 Inleiding

Er zijn geen opgaven bij de inleiding

2 Elektrische energie-overdracht

Opgave 2.1

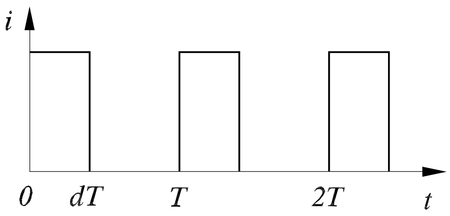
2.1a $I = \dfrac{E-U_b}{R_i+R}$ of $R = \dfrac{E-U_b}{I} - R_i = 0.7\ \Omega$

2.1b $\eta = \dfrac{P_b}{P_E} = \dfrac{U_b I}{EI} = \dfrac{U_b}{E} = 0.6$

2.1c $\eta_1 = \dfrac{P_1}{P_E} = \dfrac{U_1 I}{EI} = \dfrac{E-R_1 I}{E} = 0.95$

2.1d $\lambda_1 = \dfrac{P_1}{S_1}$ u_1 en i_1 zijn constant dus $\lambda_1 = \dfrac{U_1 I}{U_1 I} = 1$

2.1e



2.1f Gemiddelde stroom: $I_{av} = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T i\,\mathrm{d}t = d\dfrac{E-U_b}{R_i}$ dus $d = \dfrac{R_i I_{av}}{E-U_b} = \dfrac{1}{8}$

2.1g $P_E = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T E i\,\mathrm{d}t = \dfrac{E}{T}\int_0^T i\,\mathrm{d}t = E I_{av} = 200\ \mathrm{W}$

$P_b = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T U_b i\,\mathrm{d}t = \dfrac{U_b}{T}\int_0^T i\,\mathrm{d}t = U_b I_{av} = 120\ \mathrm{W}$; $\eta = \dfrac{P_b}{P_E} = 0.6$

2.1h Geen verliezen in schakelaar, zodat rendement van de voeding ook 60 %

2.1i Het rendement van de gehele schakeling is in beide gevallen gelijk, het rendement van de voeding is in het tweede geval veel lager.

2.1j $U_1 = \sqrt{\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T u_1^2\,\mathrm{d}t} = \sqrt{\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^{dT} U_b^2\,\mathrm{d}t + \dfrac{1}{T}\int_{dT}^{T} E^2\,\mathrm{d}t} = \sqrt{dU_b^2 + (1-d)E^2} = 19.18\ \mathrm{V}$

$I = \sqrt{\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T i^2\,\mathrm{d}t} = \sqrt{\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^{dT}\left(\dfrac{E-U_b}{R_i}\right)^2\mathrm{d}t} = \dfrac{E-U_b}{R_i}\sqrt{d} = 28.28\ \mathrm{A}$

$P_1 = P_b$; $\lambda_1 = \dfrac{P_1}{U_1 I} = 0.22$

Opgave 2.2

2.2a Figuurnummer: 1

2.2b $I = 15\ \text{A}$; $\hat{i} = 21.21\ \text{A}$; $I_{av} = 0$; $\underline{I} = 15\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}\ \text{A} = 12.99 + \mathrm{j}7.5\ \text{A}$

$\hat{\underline{i}} = 21.21\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}\ \text{A} = 18.37 + \mathrm{j}10.61\ \text{A}$; $f = 50\ \text{Hz}$; $\omega = 314.2\ \text{rad/s}$

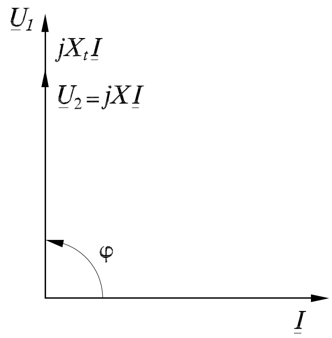
2.2c $p = ui = 6900\cos\left(2\pi 50t - \frac{1}{6}\pi\right)\cos\left(2\pi 50t + \frac{1}{6}\pi\right)\ \text{W} = 3450\left(\cos(-\frac{1}{3}\pi) + \cos(2\pi 100t)\right)\ \text{W}$

$S = UI = 3450\ \text{VA}$; $\underline{S} = \underline{U}\underline{I}^* = 3450\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{3}}\ \text{VA} = 1725 - \mathrm{j}2988\ \text{VA}$

$P = \mathrm{Re}\,\underline{S} = 1725\ \text{W}$ of $P = UI\cos\varphi = 3450\cos(-\frac{1}{3}\pi)\ \text{W} = 1725\ \text{W}$

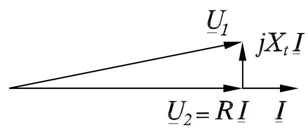
$Q = \mathrm{Im}\,\underline{S} = -2988\ \text{var}$ of $Q = UI\sin\varphi = 3450\sin(-\frac{1}{3}\pi)\,\text{var} = -2988\,\text{var}$; $\lambda = \dfrac{P}{UI} = \cos\varphi = 0.5$

Opgave 2.3



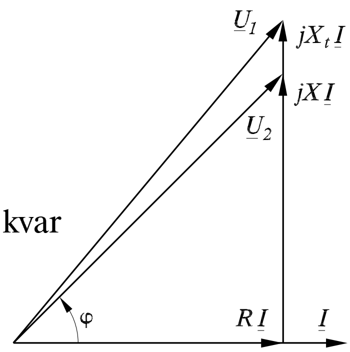
2.3a $U_2 = U_1 \dfrac{X}{X + X_t} = 230\ \dfrac{1.5}{1.5 + 0.3}\ \text{V} = 191.7\ \text{V}$

$Q_2 = U_2 I \sin\varphi = U_2 \dfrac{U_2}{X}\sin\varphi = \dfrac{191.7^2 \sin\frac{\pi}{2}}{1.5}\ \text{var} = 24.49\ \text{kvar}$



2.3b $U_2 = U_1 \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + X_t^2}} = 230\ \dfrac{1.5}{\sqrt{1.5^2 + 0.3^2}}\ \text{V} = 225.5\ \text{V}$;

$Q_2 = U_2 I \sin\varphi = 0$

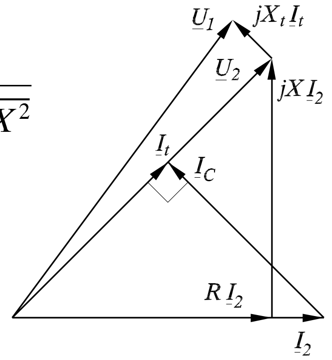


2.3c $U_2 = U_1 \dfrac{\sqrt{R^2 + X^2}}{\sqrt{R^2 + (X + X_t)^2}} = 230\,\dfrac{\sqrt{1.5^2 + 1.5^2}}{\sqrt{1.5^2 + 1.8^2}}\ \text{V} = 208.2\ \text{V}$

$Q_2 = U_2 I \sin\varphi = U_2 \dfrac{U_2}{\sqrt{R^2 + X^2}}\sin\varphi = \dfrac{208.2^2 \sin\frac{\pi}{4}}{\sqrt{1.5^2 + 1.5^2}}\ \text{var} = 14.45\ \text{kvar}$

2.3d $\underline{I}_t = \underline{I}_2 + \underline{I}_C$ moet in fase zijn met $\underline{U}_2$; $\underline{I}_C = \mathrm{j}\omega C\underline{U}_2$

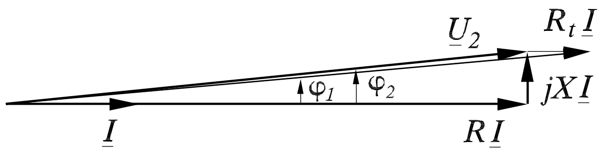
Uit het fasordiagram volgt voor dit geval (hoeken van 45°):



$I_C^2 + I_t^2 = I_2^2$ en $I_C = I_t$ zodat $\sqrt{2}I_C = I_2$ of $\sqrt{2}\,\omega C U_2 = \dfrac{U_2}{\sqrt{R^2 + X^2}}$

zodat $C = \dfrac{1}{\omega\sqrt{2}\sqrt{R^2 + X^2}} = \dfrac{1}{2\pi 50\sqrt{2}\sqrt{1.5^2 + 1.5^2}} = 1061\ \mu\text{F}$

Opgave 2.4



2.4a $X = \omega L = 2\pi 50\ 0.0032\ \Omega = 1\ \Omega$

2.4b $Z_1 = \sqrt{(R_t + R)^2 + (\omega L)^2} = 11.05\ \Omega$; $\varphi_1 = \arctan\dfrac{\omega L}{R_t + R} = 0.0911$ rad

$I = \dfrac{U_1}{Z_1} = 19.9\ \ A$; $P_1 = U_1 I\cos\varphi_1 = 4360$ W

$Q_1 = U_1 I\sin\varphi_1 = 398.5$ var ; $S_1 = U_1 I = 4378$ VA

$\underline{S}_1 = P_1 + \mathrm{j}Q_1 = 4360 + \mathrm{j}398.5$ VA ; $\lambda_1 = \cos\varphi_1 = 0.996$

2.4c $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = 10.05\ \Omega$; $\varphi_2 = \arctan\dfrac{\omega L}{R} = 0.1002$ rad

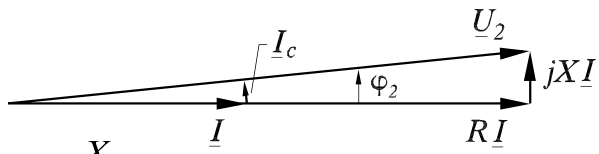
$U_2 = ZI$; $P_2 = U_2 I\cos\varphi_2 = 3960$ W

$Q_2 = U_2 I\sin\varphi_2 = 398$ var ; $S_2 = U_2 I = 3980$ VA

$\underline{S}_2 = P_2 + \mathrm{j}Q_2 = 3960 + \mathrm{j}398$ VA ; $\lambda_2 = \cos\phi_2 = 0.995$

2.4d Q_2 is ongeveer gelijk aan Q_1 ; P_2 is duidelijk kleiner dan P_1

2.4e $\underline{I} + \underline{I}_C$ moeten dezelfde fase hebben als $\underline{U}_2$



$I_C = I\sin\varphi_2$ of $\dfrac{U_2}{X_C} = \dfrac{U_2}{Z}\sin\varphi_2$ met $\sin\varphi = \dfrac{X}{Z}$ volgt

$X_C = \dfrac{Z^2}{X}$ dus $C = \dfrac{1}{\omega X_C} = \dfrac{1}{\omega}\dfrac{X}{Z^2} = 31.5\ \mu$F

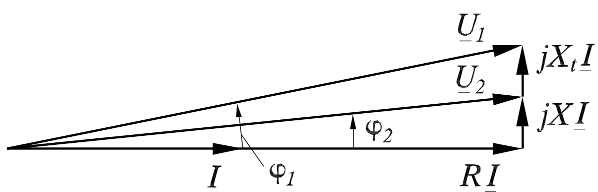
2.4f $\underline{Z}_2 = \dfrac{(R + \mathrm{j}X)(-\mathrm{j}X_C)}{R + \mathrm{j}X - \mathrm{j}X_C}$ we hadden al gevonden $X_C = \dfrac{Z^2}{X}$

$$\underline{Z}_2 = \frac{(R + \mathrm{j}X)(-\mathrm{j}\dfrac{Z^2}{X})}{R + \mathrm{j}X - \mathrm{j}\dfrac{Z^2}{X}} = \frac{(R + \mathrm{j}X)Z^2}{\mathrm{j}XR - X^2 + Z^2}$$

met $Z^2 = R^2 + X^2$ $\quad \underline{Z}_2 = \dfrac{(R + \mathrm{j}X)Z^2}{R^2 + \mathrm{j}RX} = \dfrac{Z^2}{R}$

De totale weerstand is $R_t + \dfrac{Z^2}{R} = 11.1\ \Omega$ of $I = \dfrac{220}{11.1}\mathrm{A} = 19.8\,\mathrm{A}$

2.4g $X = \omega L = 2\pi 50\ 0.0032\ \Omega = 1\ \Omega$



2.4h
$$Z_1 = \sqrt{R^2+(X+X_t)^2} = 10.2\ \Omega \quad ; \quad \varphi_1 = \arctan\frac{X+X_t}{R} = 0.197\ \text{rad}$$
$$I = \frac{U_1}{Z_1} = 21.6\ \text{A} \quad ; \quad P_1 = U_1 I\cos\varphi_1 = 4660\ \text{W}$$
$$Q_1 = U_1 I\sin\varphi_1 = 930\ \text{var} \quad ; \quad S_1 = U_1 I = 4750\ \text{VA}$$
$$\underline{S}_1 = P_1 + \text{j}Q_1 = 4660 + \text{j}930\ \text{VA} \quad ; \quad \lambda_1 = \cos\varphi_1 = 0.981$$

2.4i
$$Z = \sqrt{R^2+(\omega L)^2} = 10.05\ \Omega \quad ; \quad \varphi_2 = \arctan\frac{\omega L}{R} = 0.1002\ \text{rad}$$
$$U_2 = ZI \quad ; \quad P_2 = U_2 I\cos\varphi_2 = 4665\ \text{W}$$
$$Q_2 = U_2 I\sin\varphi_2 = 469\ \text{var} \quad ; \quad S_2 = U_2 I = 4690\ \text{VA}$$
$$\underline{S}_2 = P_2 + \text{j}Q_2 = 4665 + \text{j}469\ \text{VA} \quad ; \quad \lambda_2 = \cos\varphi_2 = 0.995$$

2.4j Q_2 is duidelijk kleiner dan Q_1 ; P_2 is ongeveer gelijk aan P_1

Opgave 2.5

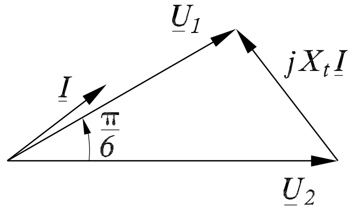
Voor het door de linker spanningsbron afgegeven complexe vermogen geldt:

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_1\underline{I}^* = \underline{U}_1\left(\frac{\underline{U}_1-\underline{U}_2}{\text{j}X_t}\right)^* = U_1\text{e}^{\text{j}\delta}\left(\frac{U_1\text{e}^{-\text{j}\delta}-U_2}{-\text{j}X_t}\right) \quad \text{zodat:} \quad P_1 = \text{Re}(\underline{S}_1) = \frac{U_1U_2}{X_t}\sin\delta \quad ;$$

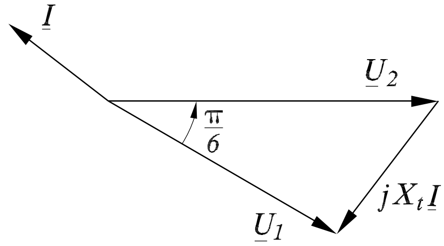
$$Q_1 = \text{Im}(\underline{S}_1) = \frac{U_1^2}{X_t} - \frac{U_1U_2}{X_t}\cos\delta$$ Voor het door de rechter spanningsbron opgenomen complexe vermogen geldt: $\underline{S}_2 = \underline{U}_2\underline{I}^* = \underline{U}_2\left(\frac{\underline{U}_1-\underline{U}_2}{\text{j}X_t}\right)^* = U_2\left(\frac{U_1\text{e}^{-\text{j}\delta}-U_2}{-\text{j}X_t}\right)$

Zodat: $$P_2 = \text{Re}(\underline{S}_2) = \frac{U_1U_2}{X_t}\sin\delta = P_1 \quad ; \quad Q_2 = \text{Im}(\underline{S}_2) = \frac{U_1U_2}{X_t}\cos\delta - \frac{U_2^2}{X_t}$$

$\delta=\pi/6$: $P_1 = P_2 = 6250$ W ;
$Q_1 = -825$ var ; $Q_2 = -4800$ var



$\delta=-\pi/6$: $P_1 = P_2 = -6250$ W ;
$Q_1 = -825$ var ; $Q_2 = -4800$ var



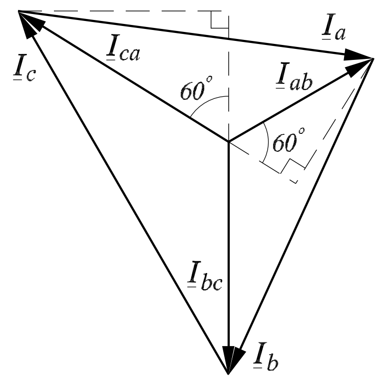
Opgave 2.6

2.6a Het bij deze opgave behorende schema is dat volgens figuur 2.17; het bijbehorende fasordiagram volgens figuur 2.18 kunnen we hier ook gebruiken:

$$U_{R_{ab}} = U_{R_{bc}} = U_{R_{ca}} = 230\ \sqrt{3}\ \text{V} = 398\ \text{V}$$

$$I_{R_{ab}} = \frac{398}{15}\ \text{A} = 26.5\ \text{A} \quad ; \quad I_{R_{bc}} = I_{R_{ca}} = \frac{398}{10}\ \text{A} = 39.8\ \text{A}$$

2.6b De richtingen en grootten van de stroomfasoren behorende bij de weerstanden liggen nu vast. Met nevenstaande figuur volgen nu de fasestromen:



$$\underline{I}_a = \underline{I}_{R_{ab}} - \underline{I}_{R_{ca}} \quad ; \quad \underline{I}_b = \underline{I}_{R_{bc}} - \underline{I}_{R_{ab}}$$

$$\underline{I}_c = \underline{I}_{R_{ca}} - \underline{I}_{R_{bc}}$$

Met geometrie volgt:

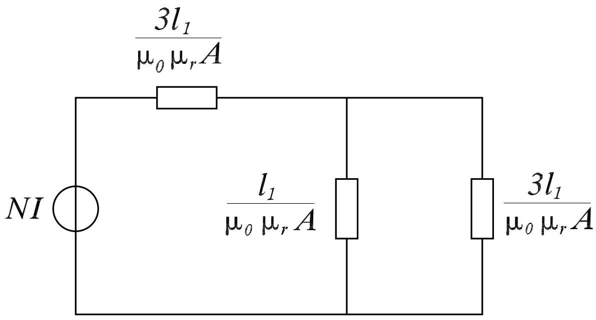
$$I_a = I_b = \sqrt{(I_{ca} + \frac{I_{ab}}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2} I_{ab})^2} = 57.8\,\text{A}$$

$$I_c = \sqrt{(I_{bc} + \frac{I_{ca}}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2} I_{ca})^2} = I_{bc}\ \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}} = I_{bc}\ \sqrt{3} = 68.9\ \text{A}$$

3 Magnetische circuits

Opgave 3.1

3.1a



3.1b $L = \dfrac{N^2}{R_m}$ met in dit geval:

$$R_m = (3 + \frac{3}{4})\frac{l_1}{\mu_0 \mu_r A} \quad ; \quad L = \frac{4}{15}\frac{\mu_0 \mu_r A N^2}{l_1}$$

3.1c De totale flux loopt door tak *fa*. Vervolgens wordt de flux verdeeld over de twee andere takken van het circuit. De lengte van tak *bcde* is 3 keer zo groot als die van tak *be* en de doorsnede van het ijzercircuit is overal gelijk. Er zal dus door *be* 3 keer zoveel flux lopen als door *bcde*. Daarom: B_{be} = 0.375 T en B_{bcde} = 0.125 T.

3.1d Uit de tweede wet van Maxwell volgt: $u(t) = \dfrac{d\psi(t)}{dt}$

$$u(t) = \hat{u}\sin(\omega t) \quad \Rightarrow \quad \psi(t) = -\frac{\hat{u}}{\omega}\cos(\omega t) \quad \Rightarrow \quad \hat{\psi} = \frac{\hat{u}}{\omega}$$

Dus: $$\hat{B} = \frac{\hat{\phi}}{A} = \frac{\hat{\psi}}{NA} = \frac{\hat{u}}{\omega NA} = \frac{100\sqrt{2}}{2\ \pi\ 400\ 400\ 2.5\ 10^{-4}}\ \mathrm{T} = 0.563\ \mathrm{T}$$

Opgave 3.2

3.2a $$L = N^2 \frac{\mu_r \mu_0 A}{l_{ij}} = 2500 \frac{5000\ 4\pi 10^{-7}\ 10^{-4}}{0.1} = 15.7\ \mathrm{mH}$$

3.2b $$W_m = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{\Psi^2}{2L} = \frac{(NBA)^2}{2L} = \frac{(50\ 1\ 10^{-4})^2}{2\ 15.7\ 10^{-3}}\ \mathrm{J} = 796\ \mu\mathrm{J}$$

3.2c $$R_{m,ij} = \frac{0.099}{5000\, 4\pi 10^{-7} 10^{-4}}\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{Wb}} = 157.6\ 10^3 \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{Wb}}$$

$$R_{m,l} = \frac{0.001}{4\pi 10^{-7} 10^{-4}}\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{Wb}} = 7.958\ 10^6\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{Wb}}$$

$$L = \frac{N^2}{R_{m,ij} + R_{m,l}} = 308\ \mu\mathrm{H}$$

(314 μH als $R_{m,ij}$ wordt verwaarloosd).

3.2d $$\text{factor} = \frac{1}{51} \approx \frac{1}{50}$$

3.2e Zie onderdeel b. *N*, *B* en *A* blijven gelijk, *L* wordt 50 keer zo klein. Dus W_m wordt 50 keer zo groot. W_m = 40 mJ

Opgave 3.3

3.3a Wet van Ampère:

$$Hl_{ij} = NI \quad \Rightarrow \quad \frac{B}{\mu_0 \mu_r} l_{ij} = NI \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 \mu_r NI}{l_{ij}} = \frac{4\,\pi\,10^{-7}\ 5000\ 400\ 0.1}{0.5}\ \mathrm{T} = 0.503\ \mathrm{T}$$

3.3b Gelijkstroom, dus di/dt = 0 A/s: $U = I\ R = 0.1\ 100\ \mathrm{V} = 10\ \mathrm{V}$

3.3c $$R_m = \frac{l_{ij}}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{0.5}{4\pi 10^{-7}\ 5000\ 2\ 10^{-4}}\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{Wb}} = 397.9\ 10^3 \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{Wb}} \quad ; \quad L = \frac{N^2}{R_m} = 402\ \mathrm{mH}$$

3.3d $$W_m = \tfrac{1}{2}\ L\ I^2 = \tfrac{1}{2}\ 0.402\ 0.01\ \mathrm{J} = 2.01\ \mathrm{mJ}$$

3.3e $$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{25}{\sqrt{100^2 + (2\pi 50\ 0.402)^2}}\ \mathrm{A} = 155\ \mathrm{mA}$$

3.3f Net als bij vraag a, maar nu voor de topwaarden.

$$\hat{B} = \frac{\mu_0 \mu_r N \hat{i}}{l_{ij}} = \frac{4\ \pi\ 10^{-7}\ 5000\ 400\ 0.155\ \sqrt{2}}{0.5}\ \mathrm{T} = 1.10\ \mathrm{T}$$

Opgave 3.4

3.4a $$R_m = \frac{l_{ij}}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{0.2}{4\pi 10^{-7}\ 2000\ 3\ 10^{-4}}\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{Wb}} = 265.3 \frac{\mathrm{kA}}{\mathrm{Wb}} \quad ; \quad L = \frac{N^2}{R_m} = 37.70\ \mathrm{mH}$$

3.4b $$P = I^2 R \quad \text{of} \quad R = \frac{P}{I^2} = 5\,\Omega \quad ; \quad U^2 = (\omega L I)^2 + (RI)^2 \quad \text{of} \quad L = \sqrt{\frac{U^2 - (RI)^2}{(\omega I)^2}} = 10.56\ \mathrm{mH}$$

3.4c $$L = \frac{N^2}{R_m} \quad \text{of} \quad R_m = \frac{N^2}{L} = 947.2\ \frac{\mathrm{kA}}{\mathrm{Wb}}$$

3.4d $$R_m = \frac{l_{ij}}{\mu_0 \mu_r A} + \frac{l_g}{\mu_0 A}$$

of $$l_g = \mu_0 A R_m - \frac{l_{ij}}{\mu_r} = 4\pi 10^{-7}\ 3\ 10^{-4}\ 947.2\ 10^3 - \frac{0.2}{2000}\ \mathrm{m} = 0.2571\ \mathrm{mm}$$

Opgave 3.5

3.5a Wet van Ampère: $H l_{ij} = NI \;\Rightarrow\; \dfrac{B}{\mu_0 \mu_r} l_{ij} = NI \;\Rightarrow$

$$I = \frac{B l_{ij}}{\mu_0 \mu_r N} = \frac{1\ 0.3}{4\pi 10^{-7}\ 5000\ 200}\ \text{A} = 0.239\ \text{A}$$

3.5b R=0 dus $u(t) = \dfrac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t}$

$$u(t) = \hat{u}\sin(\omega t) \;\Rightarrow\; \psi(t) = -\frac{\hat{u}}{\omega}\cos(\omega t) \;\Rightarrow\; \hat{\psi} = \frac{\hat{u}}{\omega}$$

u en ψ beide sinusvormig, dus ook:

$$U_{eff} = \omega \Psi_{eff} = \omega N \Phi_{eff} = 2\pi f N B_{eff} A = 2\pi\ 400\ 200\ 1\ 2 10^{-4}\ \text{V} = 100.53\ \text{V}$$

3.5c Het antwoord op vraag a blijft geldig, omdat zowel de fluxdichtheid als de stroom sinusvormig variëren. Dus I = 0.239 A

3.5d $U = RI = 10\ 0.239\ \text{V} = 2.39\ \text{V}$

3.5e We kennen de spanning over de weerstandsloze spoel van vraag b. De ohmse spanningsval over de spoel is natuurlijk RI, bekend uit de antwoorden op de vragen c en d. Dus:

$$U = \sqrt{U_L^2 + U_R^2} = \sqrt{100.53^2 + 2.39^2} = 100.56\ \text{V}$$

Opgave 3.6

3.6a R=0 dus $u(t) = \dfrac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t}$

$$u(t) = \hat{u}\sin(\omega t) \;\Rightarrow\; \psi(t) = -\frac{\hat{u}}{\omega}\cos(\omega t) \;\Rightarrow\; \hat{\psi} = \frac{\hat{u}}{\omega} \qquad \text{Dus:}$$

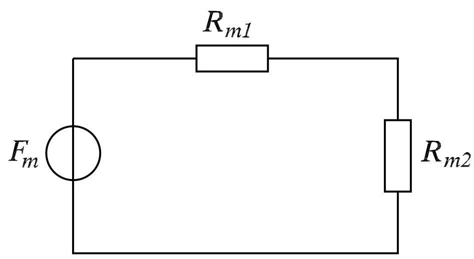
$$\hat{B} = \frac{\hat{\Phi}}{A} = \frac{\hat{\psi}}{NA} = \frac{\hat{u}}{\omega NA} = \frac{U\sqrt{2}}{2\pi f NA} = \frac{220\ \sqrt{2}}{2\pi\ 50\ 25\ 0.04}\ \text{T} = 0.99\ \text{T}$$

3.6b $$P_w = \frac{(\omega \Delta\hat{B})^2}{24\rho} l_{av} A = \frac{(2\pi 50\ 0.3 10^{-3}\ 0.99)^2}{24\ 0.13 10^{-6}} 1.5\ 0.04\ \text{W} = 167.4\ \text{W}$$

3.6c $$R_m = \frac{l_{av}}{\mu_0 \mu_r A} = 5968\ \frac{\text{A}}{\text{Wb}} \quad ; \quad L = \frac{N^2}{R_m} = 104.7\ \text{mH}$$

3.6d $$\hat{W}_m = \frac{1}{2} L \hat{i}^2 = \frac{\hat{\psi}^2}{2L} = \frac{(N\hat{B}A)^2}{2L} = \frac{(25\ 0.99\ 0.04)^2}{2\ 0.1047}\ \text{J} = 4.68\ \text{J}$$

Opgave 3.7



3.7a $$R_{m1} = \frac{l_{g1}}{\mu_0 A_1} = \frac{l_{g1}}{\mu_0 \pi r_1^2} = 10132\ \frac{\text{kA}}{\text{Wb}}$$

$$R_{m2} = \frac{l_{g2}}{\mu_0 A_2} = \frac{l_{g2}}{\mu_0\left(\pi r_3^2 - \pi r_2^2\right)} = 2878\ \frac{\text{kA}}{\text{Wb}}$$

3.7b $$L = \frac{N^2}{R_{m1} + R_{m2}} = 76.9\ \text{mH}$$

Opgave 3.8

3.8a Wet van Ampère:

$$H l_{ij} = NI \;\Rightarrow\; \frac{B}{\mu_0 \mu_r} l_{ij} = NI \;\Rightarrow\; B = \frac{\mu_0 \mu_r NI}{l_{ij}} = \frac{4\ \pi\ 10^{-7}\ 5000\ 400\ 0.1}{0.5}\ \text{T} = 0.5027\ \text{T}$$

3.8b Gelijkstroom, dus $\mathrm{d}i/\mathrm{d}t = 0$: $U = I\ R = 0.1\ 100\ \text{V} = 10\ \text{V}$

3.8c $$L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{400^2}{397.8} = 402.1\ \text{mH}$$

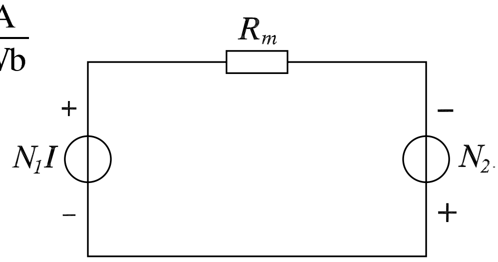
3.8d $$W_m = \tfrac{1}{2}\ L\ I^2 = \tfrac{1}{2}\ 0.4021\ 0.01\ \text{J} = 2.011\ \text{mJ}$$

3.8e $$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{25}{\sqrt{100^2 + (2\pi 50\ 0.4021)^2}}\ \text{A} = 155.2\ \text{mA}$$

3.8f Net als bij vraag a, maar nu voor de topwaarden.

$$\hat{B} = \frac{\mu_0 \mu_r N \hat{i}}{l_{ij}} = \frac{4\ \pi\ 10^{-7}\ 5000\ 400\ 0.1552\ \sqrt{2}}{0.5}\ \text{T} = 1.103\ \text{T}$$

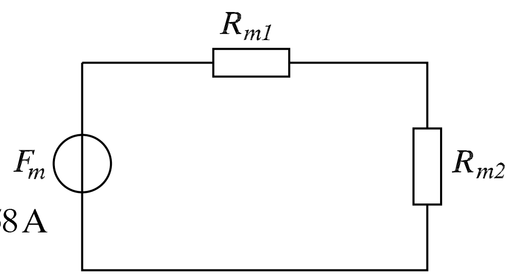
3.8g $$R_m = \frac{l_{ij}}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{0.5}{4\pi 10^{-7} 5000\ 2 10^{-4}}\ \frac{\text{A}}{\text{Wb}} = 397.9\,10^3\ \frac{\text{A}}{\text{Wb}}$$



3.8h $$L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{(N_1 + N_2)^2}{R_m} = \frac{600^2}{397.9\,10^3}\ \text{H} = 904.7\,\text{mH}$$

3.8i $$L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{(N_1 - N_2)^2}{R_m} = \frac{200^2}{397.9\ 10^3}\ \text{H} = 100.5\ \text{mH}$$

Opgave 3.9



3.9a $$R_{m1} = R_{m2} = \frac{\delta}{\mu_0 A} = 39.79\ \frac{\text{kA}}{\text{Wb}}$$

3.9b $$F_m = 2\Phi R_{m1} \Rightarrow N_f I_f = 2BA\frac{\delta}{\mu_0 A} \Rightarrow I_f = \frac{2B\delta}{\mu_0 N_f} = 7.958\,\text{A}$$

3.9c $$L = \frac{N^2}{2R_{m1}} = 125.7\ \text{mH}$$

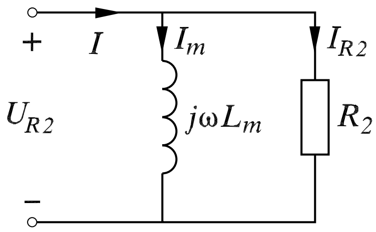
4 De transformator

Opgave 4.1

4.1a $\hat{u}_{R_2} = R_2 \hat{i}_1 = R_2 I\sqrt{2} < 100\,\text{mV}$ met $I_{\max} = 0.5$ A: $R_2 < \dfrac{0.1}{0.5\ \sqrt{2}}\ \Omega$ of $R_2 < 0.141\ \Omega$

4.1b $L_m = \dfrac{\mu_0 \mu_r A}{l_{av}} N_1^2 = \dfrac{4\pi 10^{-7}\ 10^5\ 0.227 10^{-4}}{7.48 10^{-2}} N_1^2\ \text{H} = 3.8 10^{-5}\ N_1^2\ \text{H}$

4.1c



$I_m < \dfrac{I_{R_2}}{100}$ of $\dfrac{U_{R_2}}{\omega L_m} < \dfrac{U_{R_2}}{100 R_2}$

of $\dfrac{1}{2\pi\ 50\ 3.8 10^{-5}\ N_1^2} < \dfrac{1}{10}$

of $\dfrac{10}{\pi\ 3.8 10^{-3}} < N_1^2$

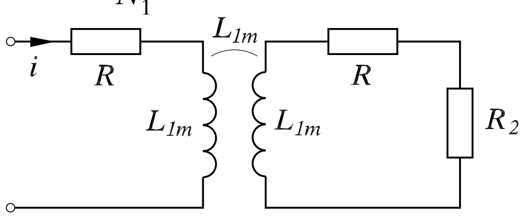
of $N_1^2 > 838$ of $N_1 > 28.9$

4.1d $\hat{u}_{R_2} = R_2 \hat{i}_1 = R_2 I\sqrt{2}$ en $\hat{u}_{R_2} = \omega\,\psi = \omega N_1 \hat{\Phi} = \omega N_1 \hat{B} A$

of $\hat{B} = \dfrac{\hat{u}_{R_2}}{\omega N_1 A} = \dfrac{R_2 I\sqrt{2}}{\omega N_1 A}$ of $B_{\max} = \dfrac{0.1\ 0.5\ \sqrt{2}}{2\pi 50 N_1 0.227 10^{-4}}\ \text{T} = \dfrac{9.92}{N_1}\ \text{T}$

4.1e $B_{\max} = \dfrac{9.92}{N_1}\ \text{T} < 0.82\ \text{T}$ of $N_1 > 12$

4.1f



4.1g $R = \rho \dfrac{l}{A} = 0.0175\ \dfrac{1.32}{\pi\ 0.2^2}\ \Omega = 0.184\ \Omega$

4.1h $B_{\max} = \dfrac{R + R_2}{R_2}\ \dfrac{9.92}{N_1}\ \text{T} = \dfrac{0.184 + 0.1}{0.1}\ \dfrac{9.92}{40}\ \text{T} = 0.7\ \text{T}$

Opgave 4.2

4.2a <u>Nullastproef</u> $R_{Fe} = \dfrac{U_1^2}{P_{Fe}} = \dfrac{660^2}{600}\ \Omega = 726\ \Omega$; $\underline{Z} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{R_{Fe}} + \dfrac{1}{\mathrm{j}X_{1m}}}$ of $\dfrac{1}{Z} = \sqrt{\dfrac{1}{R_{Fe}^2} + \dfrac{1}{X_{1m}^2}}$

of $\dfrac{1}{X_{1m}^2} = \dfrac{1}{Z^2} - \dfrac{1}{R_{Fe}^2}$ Voor Z geldt: $Z = \dfrac{U_1}{I_1} = \dfrac{660}{7}\ \Omega = 94.29\ \Omega$

Dus $X_{1m} = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{Z^2} - \dfrac{1}{R_{Fe}^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{94.29^2} - \dfrac{1}{726^2}}}\ \Omega = 95.1\ \Omega$

<u>Kortsluitproef</u> $I_2 \approx \dfrac{N_1}{N_2} I_1 = 3\ 90\,\mathrm{A} = 270\,\mathrm{A}$;

$$Z_{2k} \approx \frac{N_2^2}{N_1^2} Z_{1k} = \frac{N_2^2}{N_1^2}\frac{U_1}{I_1} = \frac{1}{9}\,\frac{52.8}{90}\ \Omega = 65.2\ \mathrm{m}\Omega$$

$$R_{2k} = \frac{P_{Cu}}{I_2^2} = \frac{720}{270^2}\ \Omega = 9.88\ \mathrm{m}\Omega \quad ; \quad X_{2k} = \sqrt{Z_{2k}^2 - R_{2k}^2} = \sqrt{65.2^2 - 9.9^2}\ \mathrm{m}\Omega = 64.4\ \mathrm{m}\Omega$$

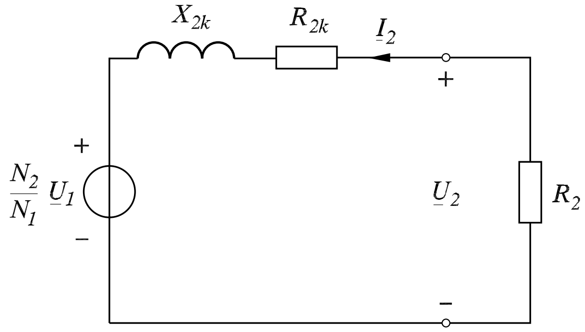
4.2b $S_{nom} = U_{nom} I_{nom} = 660\ 90\ \mathrm{VA} = 59.4\ \mathrm{kVA}$

4.2c relatieve kortsluitspanning $= \dfrac{\text{kortsluitspanning}}{\text{nominale primaire spanning}} = \dfrac{52.8}{660} = 8\ \%$

4.2d

$$I_2 = \frac{\frac{N_2}{N_1} U_1}{\sqrt{X_{2k}^2 + \left(R_{2k} + R_{belasting}\right)^2}}$$

$$= \frac{220}{\sqrt{0.0644^2 + (0.0099 + 1)^2}}\ \mathrm{A} = 217.4\ \mathrm{A}$$

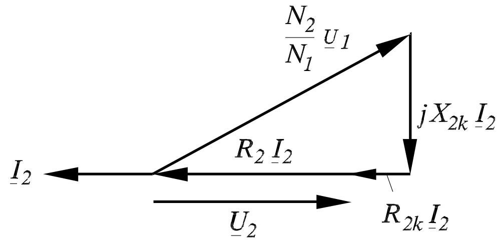


Voor de koperverliezen geldt:

$P_{Cu} = R_{2k}\ I_2^{\ 2} = 0.00988\ 217.4^2\ \mathrm{W} = 467\ \mathrm{W}$

De ijzerverliezen zijn gelijk aan die bij de nullastproef: $P_{Fe} = 600\ \mathrm{W}$

Het door de transformator afgegeven vermogen is: $P_2 = R_{belasting} I_2^2 = 1\ 217.4^2\ \mathrm{W} = 47.26\,\mathrm{kW}$



Voor het rendement geldt dus: $\eta = \dfrac{P_2}{P_1} = \dfrac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} = \dfrac{47.26}{47.26 + 0.47 + 0.6} = 97.8\ \%$

4.2e $I_2 = \dfrac{\frac{N_2}{N_1} U_1}{\sqrt{\left(X_{2k} + X_{belasting}\right)^2 + R_{2k}^2}} = \dfrac{220}{\sqrt{(0.0644 + 1)^2 + 0.0099^2}}\ \mathrm{A} = 206.7\ \mathrm{A}$

Voor de koperverliezen geldt: $P_{Cu} = R_{2k} I_2^2 = 0.00988\ 206.7^2\ \mathrm{W} = 422\ \mathrm{W}$. De ijzerverliezen zijn gelijk aan die bij de nullastproef: $P_{Fe} = 600\ \mathrm{W}$. Het door de transformator afgegeven vermogen P_2 is gelijk aan nul, dus ook het rendement is gelijk aan nul.

Opgave 4.3

4.3a Nullastproef $R_{Fe} = \dfrac{U_1^2}{P_{Fe}} = \dfrac{10000^2}{600}\ \Omega = 166.7\ \text{k}\Omega$; $\underline{Z} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{R_{Fe}} + \dfrac{1}{\text{j}X_{1m}}}$

of $\dfrac{1}{Z} = \sqrt{\dfrac{1}{R_{Fe}^2} + \dfrac{1}{X_{1m}^2}}$ of $\dfrac{1}{X_{1m}^2} = \dfrac{1}{Z^2} - \dfrac{1}{R_{Fe}^2}$

Voor Z geldt: $Z = \dfrac{U_1}{I_1} = \dfrac{10000}{0.5}\ \Omega = 20000\ \Omega$

Dus $X_{1m} = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{Z^2} - \dfrac{1}{R_{Fe}^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{20000^2} - \dfrac{1}{(166.7\ 10^3)^2}}}\ \Omega = 20146\ \Omega$

en $L_{1m} = \dfrac{X_{1m}}{2\pi f} = \dfrac{20146}{2\pi 50}\ \text{H} = 64.13\ \text{H}$

Kortsluitproef $Z_1 = \dfrac{U_1}{I_1} = \dfrac{400}{10}\ \Omega = 40\ \Omega$; $R_{1k} = \dfrac{P_{Cu}}{I_1^2} = \dfrac{1600}{10^2}\ \Omega = 16\ \Omega$

$X_{1k} = \sqrt{Z_{1k}^2 - R_{1k}^2} = \sqrt{40^2 - 16^2}\ \Omega = 36.66\ \Omega$ en $L_{1k} = \dfrac{X_{1k}}{2\pi f} = \dfrac{36.66}{2\pi 50}\ \text{H} = 116.7\ \text{mH}$

4.3b $I_2 = \dfrac{N_1}{N_2} I_1 = \dfrac{10000}{400}\ 10\ \text{A} = 250\ \text{A}$

4.3c relatieve kortsluitspanning $= \dfrac{\text{kortsluitspanning}}{\text{nominale primaire spanning}} = \dfrac{400}{10000} = 4\ \%$

4.3d Transformeer de belastingsweerstand naar de primaire zijde:

$$R'_{belasting} = \frac{N_1^2}{N_2^2} R_{belasting} = \frac{10000^2}{400^2}\ 1.6\ \Omega = 1000\ \Omega$$

$$I'_2 = \frac{U_1}{\sqrt{X_{1k}^2 + \left(R_{1k} + R'_{belasting}\right)^2}} = \frac{10000}{\sqrt{36.66^2 + (16+1000)^2}} = 9.836\ \text{A}$$

Voor de koperverliezen geldt: $P_{Cu} = R_{1k}\ I_2'^{\,2} = 16\ 9.836^2\ \text{W} = 1548\ \text{W}$

De ijzerverliezen zijn gelijk aan die bij de nullastproef: $P_{Fe} = 600\ \text{W}$

Het door de transformator afgegeven vermogen is:

$$P_2 = R_{belasting}\ I_2^2 = R'_{belasting}\ I_2'^{\,2} = 1000\ 9.836^2\ \text{W} = 96.75\ \text{kW}$$

Voor het rendement geldt dus: $\eta = \dfrac{P_2}{P_1} = \dfrac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} = \dfrac{96.75}{96.75 + 1.548 + 0.6} = 97.83\ \%$

4.3e Transformeer de belastingsimpedantie naar de primaire zijde:

$$\underline{Z}'_{belasting} = \frac{N_1^2}{N_2^2}\ \underline{Z}_{belasting} = \frac{10000^2}{400^2}\ (0.136 + \text{j}1.56)\ \Omega = 85 + \text{j}975\ \Omega$$

$$I_2^{/} = \frac{U_1}{\sqrt{\left(X_{1k}+X_{belasting}^{/}\right)^2 + \left(R_{1k}+R_{belasting}^{/}\right)^2}} = \frac{10000}{\sqrt{(36.66+975)^2 + (16+85)^2}} \text{ A} = 9.836 \text{ A}$$

Deze stroom is weer hetzelfde als bij onderdeel d. De koper- en de ijzerverliezen zijn nu dus hetzelfde als bij onderdeel d. Het door de transformator afgegeven vermogen is:
$P_2 = R_{belasting}\ I_2^2 = R_{belasting}^{/}\ I_2^{/\,2} = 85\ 9.836^2 \text{ W} = 8223 \text{ W}$
Voor het rendement geldt dus:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} = \frac{8223}{8223 + 1548 + 600} = 79.3\ \%$$

Opgave 4.4

4.4a $\dfrac{N_1}{N_2} = \dfrac{10000}{400} = 25$

4.4b $I_{1,nom} = 10$ A , $I_{2,nom} = 250$ A.

4.4c $u(t) = \dfrac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t} = N_1\dfrac{\mathrm{d}\Phi(t)}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow \quad \Phi_{eff,nom} = \dfrac{U_{1,nom}}{N_1\omega}$

$N_1 = 300$: $\Phi_{eff,nom} = 0.1061$ Wb
$N_1 = 3000$: $\Phi_{eff,nom} = 0.01061$ Wb

4.4d $A_{Fe} = \dfrac{\Phi_{eff,nom}}{B_{nom}}$

$N_1 = 300$: $A_{Fe} = 0.08162 \text{ m}^2$
$N_1 = 3000$: $A_{Fe} = 0.008162 \text{ m}^2$

4.4e $A_{Cu1} = \dfrac{N_1 I_{1,nom}}{J_{nom}}$; $A_{Cu2} = \dfrac{N_2 I_{2,nom}}{J_{nom}} = A_{Cu1}$

$N_1 = 300$: $A_{Cu1} = A_{Cu2} = 0.003 \text{ m}^2$
$N_1 = 3000$: $A_{Cu1} = A_{Cu2} = 0.03 \text{ m}^2$

4.4f $r_{Fe} = \sqrt{\dfrac{A_{Fe}}{\pi}}$; $l_1 = \sqrt{2A_{Cu1}}$; $l_{Fe} = 4l_1 + 8r_{Fe}$; $r_1 = r_2 = r_{Fe} + \dfrac{1}{2}l_1$

$N_1 = 300$: $r_{Fe} = 0.1612$ m ; $l_1 = 0.07746$ m ; $l_{Fe} = 1.599$ m ; $r_1 = r_2 = 0.2000$ m
$N_1 = 3000$: $r_{Fe} = 0.05097$ m ; $l_1 = 0.2449$ m ; $l_{Fe} = 1.388$ m ; $r_1 = r_2 = 0.1734$ m

$V_{Fe} = l_{Fe}A_{Fe}$; $V_{Cu} = l_1\pi(r_1^2 - r_{Fe}^2) + l_1\pi(r_2^2 - r_{Fe}^2)$
$N_1 = 300$: $V_{Fe} = 0.1305 \text{ m}^3$; $V_{Cu} = 0.006806 \text{ m}^3$
$N_1 = 3000$: $V_{Fe} = 0.01132 \text{ m}^3$; $V_{Cu} = 0.04230 \text{ m}^3$

4.4g $L_{1m} = \dfrac{N_1^2}{R_m} = \dfrac{N_1^2}{\dfrac{l_{Fe}}{\mu_0\mu_{rFe}A_{Fe}}}$; $I_{1m,nom} = \dfrac{U_{1,nom}}{\omega L_{1m}}$

$N_1 = 300$: $L_{1m} = 28.86$ H ; $I_{1m,nom} = 1.103$ A
$N_1 = 3000$: $L_{1m} = 332.6$ H ; $I_{1m,nom} = 0.09570$ A

Opgave 4.5

4.5a <u>Nullastproef</u>: Per fase: $P_{Fe} = \dfrac{U_1^2}{R_{Fe}}$; $P_{Fe} = \dfrac{1}{3} P_{3\,fasen}$; $U_1 = \dfrac{U_{lijn}}{\sqrt{3}}$

$$R_{Fe} = \frac{U_1^2}{P_{Fe}} = \frac{3\left(\dfrac{U_{lijn}}{\sqrt{3}}\right)^2}{P_{3\,fasen}} = \frac{U_{lijn}^2}{P_{3\,fasen}} = \frac{10^8}{5\,10^3}\ \Omega = 20\ \text{k}\Omega$$

Per fase: $\underline{Z} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{R_{Fe}} + \dfrac{1}{\text{j}X_{1m}}}$ of $\dfrac{1}{Z} = \sqrt{\dfrac{1}{R_{Fe}^2} + \dfrac{1}{X_{1m}^2}}$ of $\dfrac{1}{X_{1m}^2} = \dfrac{1}{Z^2} - \dfrac{1}{R_{Fe}^2}$

Voor Z geldt: $Z = \dfrac{U_1}{I_1} = \dfrac{\dfrac{U_{lijn}}{\sqrt{3}}}{I_1} = \dfrac{\dfrac{10000}{\sqrt{3}}}{1.5}\ \Omega = 3849\ \Omega$

Dus $X_{1m} = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{Z^2} - \dfrac{1}{R_{Fe}^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{3849^2} - \dfrac{1}{(2\,10^4)^2}}}\ \Omega = 3922\ \Omega$

<u>Kortsluitproef</u> Per fase: $Z_1 \approx \dfrac{N_1^2}{N_2^2} Z_2$ of

$$Z_2 = \frac{N_2^2}{N_1^2} Z_1 = \frac{N_2^2}{N_1^2}\frac{U_1}{I_1} = \left(\frac{380}{10000}\right)^2 \frac{\dfrac{600}{\sqrt{3}}}{25}\ \Omega = 20\ \text{m}\Omega$$

Per fase: $P_{Cu} = R_{2k}\, I_2^2$; $P_{Cu} = \dfrac{1}{3} P_{3\,fasen}$; $I_2 = \dfrac{N_1}{N_2} I_1$

$$R_{2k} = \frac{P_{Cu}}{I_2^2} = \frac{\frac{1}{3}P_{3\,fasen}}{\left(\dfrac{N_1}{N_2} I_1\right)^2} = \frac{8000}{3\left(\dfrac{10000}{380}25\right)^2}\ \Omega = 6.16\ \text{m}\Omega$$

$$X_{2k} = \sqrt{Z_{2k}^2 - R_{2k}^2} = \sqrt{20^2 - 6.16^2}\ \text{m}\Omega = 19.03\ \text{m}\Omega$$

4.5b Zie eventueel linkergedeelte van figuur 4.20

$\underline{Z}_2 = R_2 + \text{j}X_2$ of $\underline{Z}_2 = Z_2\, e^{\text{j}\varphi}$ hieruit volgt $R_2 = Z_2 \cos\varphi$

$$P_{3fasen} = 3R_2 I_2^2 = 3R_2\frac{U_2^2}{Z_2^2} = 3\frac{\left[\dfrac{U_{2,lijn}}{\sqrt{3}}\right]^2}{Z_2}\cos\varphi$$

of $Z_2 = \dfrac{U_{2,lijn}^2}{P_{3\,fasen}}\cos\varphi = \dfrac{380^2}{10^5} 0.8\ \Omega = 1.155\ \Omega$

hieruit volgt weer $R_2 = Z_2 \cos\phi = 1.155\ 0.8\ \Omega = 0.924\ \Omega$

en $X_2 = \sqrt{Z_2^2 - R_2^2} = \sqrt{1.155^2 - 0.924^2} = 0.693\ \Omega$

of in de vorm $\underline{Z}_2 = Ze^{\,\mathrm{j}\arccos(0.8)} = 1.155\,\mathrm{e}^{\,\mathrm{j}\ 0.6435}\ \Omega$

4.5c Rechtergedeelte van figuur 4.20

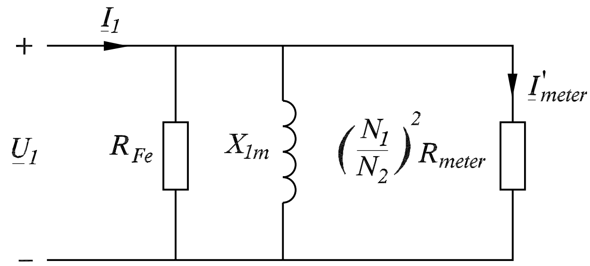
4.5d $U_{2,lijn} = U_2\sqrt{3} = Z_2 I_2 \sqrt{3}$

$$= Z_2 \frac{\frac{N_2}{N_1} U_1}{\sqrt{(R_{2k}+R_2)^2 + (X_{2k}+X_2)^2}} \sqrt{3} = Z_2 \frac{\frac{N_2}{N_1}\frac{U_{1,lijn}}{\sqrt{3}}}{\sqrt{(R_{2k}+R_2)^2 + (X_{2k}+X_2)^2}} \sqrt{3}$$

$$= 1.155 \frac{\frac{380}{10000}\ 10000}{\sqrt{(0.006+0.924)^2 + (0.019+0.693)^2}}\ \mathrm{V} = \frac{1.155}{1.171}\ 380\ \mathrm{V} = 375\ \mathrm{V}$$

Opgave 4.6

4.6a Voor de ijzerverliezen geldt: $P_{Fe} = \dfrac{U_1^2}{R_{Fe}}$; $R_{Fe} = \dfrac{1^2}{0.45}\,\Omega = 2.2222\ \Omega$



4.6b Als we de weerstand van de ampèremeter naar de primaire zijde transformeren vinden we het nevenstaande vervangingsschema.

Voor de impedantie vinden we: $\underline{Z} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{R_{Fe}} + \left(\dfrac{N_2}{N_1}\right)^2 \dfrac{1}{R_{meter}} + \dfrac{1}{\mathrm{j}X_m}} = 1249.2 + 3.90\mathrm{j}\ \mu\Omega$

4.6c Voor de effectieve waarde van de primaire spanning geldt:

$$U_1 = I_1 Z = I_1 |\underline{Z}| = 100\ \ 1.2492\ \ 10^{-3}\ \mathrm{V} = 0.12492\ \mathrm{V}$$

4.6d $P_{Fe} = \dfrac{U_1^2}{R_{Fe}} = \dfrac{0.12492^2}{2}\ \mathrm{W} = 7.8027\ \mathrm{mW}$

4.6e $I_{meter} = I'_{meter}\left(\dfrac{N_1}{N_2}\right) = \dfrac{U_1}{\left(\dfrac{N_1}{N_2}\right)^2 R_{meter}}\left(\dfrac{N_1}{N_2}\right) = \dfrac{0.12492}{0.00125}\ \dfrac{1}{20}\ \mathrm{A} = 4.9969\ \mathrm{A}$

4.6f Uit de tweede wet van Maxwell volgt: $u(t) = \dfrac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow \quad \hat{\psi} = \dfrac{\hat{u}}{\omega}$

Dus: $A = \dfrac{\hat{\phi}}{\hat{B}} = \dfrac{\hat{\psi}}{N\hat{B}} = \dfrac{\hat{u}}{\omega N \hat{B}} = \dfrac{0.12492\sqrt{2}}{2\ \ \pi\ \ 50\ \ 4\ \ 1}\ \mathrm{m}^2 = 1.4059\ \mathrm{cm}^2$

4.6g Nu staat alleen R_{Fe} parallel aan de hoofdveldreactantie X_{1m}. Voor de totale impedantie vinden we dus: $\underline{Z} = \dfrac{R_{Fe}\,X_{1m}^2}{R_{Fe}^2 + X_{1m}^2} + \mathrm{j}\,\dfrac{R_{Fe}^2\,X_{1m}}{R_{Fe}^2 + X_{1m}^2} = 76.923 + 384.62\mathrm{j}\ \mathrm{m}\Omega$

4.6h $U_1 = I_1 Z$. Hierin is: $Z = |\underline{Z}| = 392.23\ \mathrm{m}\Omega$ zodat $U_1 = 100\ \ 392.23\ \ 10^{-3}\ \mathrm{V} = 39.223\ \mathrm{V}$

4.6i $P_{Fe} = \dfrac{U_1^2}{R_{Fe}} = \dfrac{39.223^2}{2}\ \mathrm{W} = 769.23\ \mathrm{W}$

4.6j Vanwege de afwezigheid van weerstanden of spreidingsinductiviteiten geldt hier:

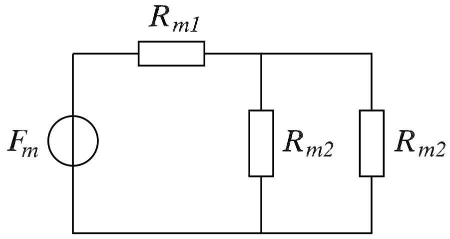
$$U_2 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right) U_1 = 20\ \ 39.223\ \mathrm{V} = 784.46\ \mathrm{V}$$

4.6k Uit het antwoord op opgave f blijkt dat de maximale waarde van de fluxdichtheid in de kern evenredig is met de spanning, dus

$$B = \frac{U_{\text{secundair open}}}{U_{\text{secundair amperemeter}}}\ B_{\text{secundair amperemeter}} = \frac{39.223}{0.12492}\ 1\ \mathrm{T} = 313.98\ \mathrm{T}$$

5 Inleiding elektromechanica

Opgave 5.1



5.1a $R_{m1} = \dfrac{\delta + x}{\mu_0 A}$; $R_{m2} = \dfrac{x}{\mu_0 A}$

5.1b $$L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{N^2}{\dfrac{(\delta + x) + \dfrac{x}{2}}{\mu_0 A}} = \frac{\mu_0 A N^2}{\delta + \dfrac{3}{2}x}$$

5.1c $$W_m = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 A N^2}{\delta + \dfrac{3}{2}x} i^2$$

5.1d $$F_e = \frac{1}{2} i^2 \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{2} i^2 \left(- \frac{\mu_0 A N^2}{(\delta + \frac{3}{2}x)^2} \frac{3}{2} \right) = - \frac{3 \mu_0 A N^2 i^2}{(2\delta + 3x)^2}$$

5.1e $$\Delta W_m = W_{m,x=1\,\mathrm{mm}} - W_{m,x=0} = \frac{1}{2} I^2 \left(L_{x=1\,\mathrm{mm}} - L_{x=0} \right)$$

$$L_{x=1\,\mathrm{mm}} = \frac{\mu_0 A N^2}{\delta + \dfrac{3}{2}x} = \frac{4\pi 10^{-7}\ 10^{-4}\ 10^{4}}{10^{-3} + 1.5\ 10^{-3}}\ \mathrm{H} = 0.5027\ \mathrm{mH}$$

$$L_{x=0} = \frac{\mu_0 A N^2}{\delta + \dfrac{3}{2}x} = \frac{4\pi 10^{-7}\ 10^{-4}\ 10^{4}}{10^{-3} + 0}\ \mathrm{H} = 1.2566\ \mathrm{mH}$$

$$\Delta W_m = \frac{1}{2} I^2 \left(L_{x=1\,\mathrm{mm}} - L_{x=0} \right) = -\ 9.42\ \mathrm{mJ}$$

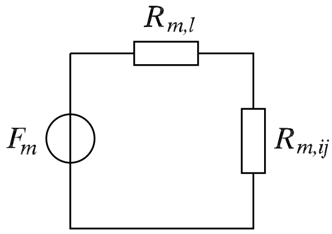
5.1f $F_u = - F_e$

$$W_{mech} = \int_{x=0}^{x=1\,\mathrm{mm}} F_u \mathrm{d}x = \int_{x=0}^{x=1\,\mathrm{mm}} -F_e \mathrm{d}x = \int_{x=0}^{x=1\,\mathrm{mm}} \frac{3\mu_0 A N^2 I^2}{(2\delta + 3x)^2} \mathrm{d}x =$$

$$= - \frac{\mu_0 A N^2 I^2}{(2\delta + 3x)} \Bigg|_{x=0}^{x=1\,\mathrm{mm}} = -4\pi 10^{-7} 10^{-4} 10^{4} 5^2 \left(\frac{1}{(2+3)10^{-3}} - \frac{1}{2 10^{-3}} \right) \mathrm{J}$$
$$= 9.42\ \mathrm{mJ}$$

5.1g $W_{elek} = \Delta W_m - W_{mech} = -\ 2\ 9.42\ \mathrm{mJ} = -\ 18.84\ \mathrm{mJ}$

Opgave 5.2



5.2a $R_{m,l} = \dfrac{2x}{\mu_0 A}$; $R_{m,ij} = \dfrac{l_{ij}}{\mu_0 \mu_r A}$

5.2b $$L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{N^2}{\dfrac{l_{ij}}{\mu_0\mu_r A} + \dfrac{2x}{\mu_0 A}} = \frac{\mu_0 A N^2}{\dfrac{l_{ij}}{\mu_r} + 2x}$$

5.2c $$F_e = \frac{1}{2} i^2 \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x} = -\frac{1}{2} i^2 \frac{2\mu_0 A N^2}{\left(\dfrac{l_{ij}}{\mu_r} + 2x\right)^2}$$

5.2d $x = 0$:

$$I^2 = -2F_e \frac{\left(\dfrac{l_{ij}}{\mu_r} + 2x\right)^2}{2\mu_0 A N^2} = -2\cdot -10 \frac{\left(\dfrac{0.2}{5000} + 0\right)^2}{2\ 4\pi 10^{-7}\ 2 10^{-4} 10^6}\ \mathrm{A}^2 \quad \text{of} \quad I = 7.98\,\mathrm{mA}$$

5.2e In antwoord c geldt: $i = \sqrt{2}I\cos(\omega t)$. Het kwadraat hiervan is: $2I^2\cos^2(\omega t)$. De gemiddelde waarde hiervan is: I^2. De effectieve waarde is dus gelijk aan de waarde van de gelijkstroom in de vorige opgave.

5.2f

$$L = \frac{\mu_0 A N^2}{\dfrac{l_{ij}}{\mu_r} + 2x} \quad \text{met} \quad x = 0 : \quad X = \omega L = \frac{\omega \mu_0 \mu_r A N^2}{l_{ij}} = 1974\ \Omega$$

$$Z = \sqrt{X^2 + R^2} = \sqrt{1974^2 + 5^2}\,\Omega = 1974\ \Omega$$

$$U = Z\ I = 1974\ 0.00798\ \mathrm{V} = 15.75\ \mathrm{V}$$

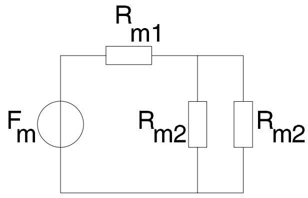
5.2g Omdat $X >> R$, blijft de flux in het circuit (vrijwel) constant ($U = \omega\ \Psi$). Dus blijft ook de kracht (vrijwel) constant.

5.2h Bij de verplaatsing geldt voor de verhouding van de magnetische weerstanden:

$$\frac{R_{m,x=1\,\mathrm{mm}}}{R_{m,x=0}} = \frac{\dfrac{l_{ij}}{\mu_r} + 2x}{\dfrac{l_{ij}}{\mu_r}} = \frac{\dfrac{0.2}{5000} + 0.002}{\dfrac{0.2}{5000}} = \frac{0.02 + 1}{0.02} = 51$$

De magnetiseringsstroom wordt dus 51 keer zo groot; de dissipatie dus 51^2=2601 keer zo groot.

Opgave 5.3



5.3a $\quad R_{m1} = \dfrac{x}{\mu_0 2A} \quad ; \quad R_{m2} = \dfrac{x}{\mu_0 A}$

$$R_m = R_{m1} + \frac{1}{2}R_{m2} = \frac{x}{\mu_0 A} \quad ; \quad L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{N^2}{\dfrac{x}{\mu_0 A}} = \frac{\mu_0 A N^2}{x}$$

5.3b $\quad F_e = \dfrac{1}{2} i^2 \dfrac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x} = \dfrac{1}{2} i^2 \left(- \dfrac{\mu_0 A N^2}{x^2} \right) = - \dfrac{\mu_0 A N^2 i^2}{2x^2}$

5.3c $\quad \Delta W_m = W_{m,x=2\,\mathrm{mm}} - W_{m,x=0.2\,\mathrm{mm}} = \frac{1}{2} I^2 (L_{x=2\,\mathrm{mm}} - L_{x=0.2\,\mathrm{mm}}) = \frac{1}{2} 2^2 (0.06283 - 0.6283)\,\mathrm{J} = -1.131\ \mathrm{J}$

5.3d $\quad \Delta W_{elek} = \displaystyle\int_{t_{begin}}^{t_{eind}} u i \,\mathrm{d}t = \int_{t_{begin}}^{t_{eind}} \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} I \,\mathrm{d}t = I \int_{\psi_{begin}}^{\psi_{eind}} \mathrm{d}\psi = I(\psi_{eind} - \psi_{begin}) = I^2 (L_{x=2\,\mathrm{mm}} - L_{x=0.2\,\mathrm{mm}}) = -2.262\ \mathrm{J}$

5.3e $\quad \Delta W_{mech} = \Delta W_m - \Delta W_{elek} = 1.131\ \mathrm{J}$

5.3f $\quad W_{kin} = \displaystyle\int_{x=2\,\mathrm{mm}}^{x=0.2\,\mathrm{mm}} F_e \,\mathrm{d}x = \int_{x=2\,\mathrm{mm}}^{x=0.2\,\mathrm{mm}} - \frac{\mu_0 A N^2 i^2}{2x^2} \mathrm{d}x = \frac{\mu_0 A N^2 i^2}{2x} \Bigg|_{x=2\,\mathrm{mm}}^{x=0.2\,\mathrm{mm}} = 1.131\ \mathrm{J}$

5.3g $\quad W_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 \quad$ of $\quad |v| = \sqrt{2 \dfrac{W_{kin}}{m}} = 1.504\ \mathrm{m/s} \qquad$ Let op teken: $\quad v = -1.504\ \mathrm{m/s}$

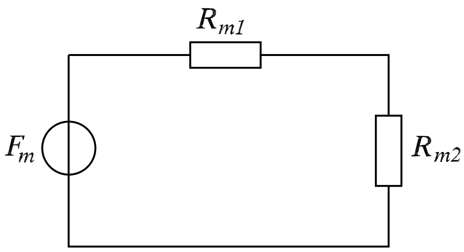
5.3h $\quad x = d: \quad I = \sqrt{- F_e \dfrac{2d^2}{\mu_0 A N^2}} = \sqrt{10 \; \dfrac{2(0.0002)^2}{4\pi 10^{-7} \; 10^{-4} \; 10^6} \; \mathrm{A}^2} = 0.0798\ \mathrm{A}$

5.3i In antwoord b geldt: $i = \sqrt{2} I \cos(\omega t)$; het kwadraat hiervan is: $2I^2 \cos^2(\omega t)$
De gemiddelde waarde hiervan is: I^2. De effectieve waarde is dus gelijk aan de waarde van de gelijkstroom in de vorige opgave.

5.3j $\quad R = 0$ dus $\quad U = \omega L_{x=0.2\,\mathrm{mm}} I = 2\pi 50 \; 0.6283 \; 0.0798\ \mathrm{V} = 15.75\ \mathrm{V}$

5.3k L wordt 0.1 keer zo groot, dus I wordt 10 keer zo groot en I^2 wordt 100 keer zo groot; x^2 wordt ook 100 keer zo groot. Met antwoord b zien we dan direct dat de kracht van elektromagnetische oorsprong hetzelfde blijft (-10 N).

Opgave 5.4



5.4a $R_{m1} = \dfrac{l_{g1}}{\mu_0 A_1} = \dfrac{x}{\mu_0 \pi c^2}$; $R_{m2} = \dfrac{l_{g2}}{\mu_0 A_2} = \dfrac{b}{\mu_0 2\pi c d}$

5.4b $L = \dfrac{N^2}{R_{m1}+R_{m2}} = \dfrac{N^2}{\dfrac{x}{\mu_0 \pi c^2} + \dfrac{b}{\mu_0 2\pi c d}} = \dfrac{\mu_0 \pi c^2 N^2}{x + \dfrac{bc}{2d}}$

5.4c $F_e = \dfrac{1}{2} i^2 \dfrac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x} = -\dfrac{1}{2} i^2 \dfrac{\mu_0 \pi c^2 N^2}{\left(x + \dfrac{bc}{2d}\right)^2} = -\dfrac{1}{2} 10^2 \dfrac{4\pi\ 10^{-7} \pi\ 0.02^2\ 500^2}{\left(0.005 + \dfrac{0.002\ 0.02}{2\ 0.04}\right)^2}$ N = − 652.5 N

5.4d Schrijf: $i = \sqrt{2} I \cos(\omega t)$. Het kwadraat hiervan is: $i = 2I^2 \cos^2(\omega t)$. De gemiddelde waarde hiervan is: I^2. We kunnen de gemiddelde waarde van de kracht dus vinden door in de uitdrukking voor de kracht i^2 te vervangen door I^2:

$$F_{e,av} = \frac{1}{2} I^2 \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x} = -\frac{1}{2} 20^2 \frac{4\pi\ 10^{-7} \pi\ 0.02^2\ 500^2}{\left(0.005 + \dfrac{0.002\ 0.02}{2\ 0.04}\right)^2} \text{ N} = -2610 \text{ N}$$

Opgave 5.5

5.5a $T_e(\theta) = \frac{1}{2} i^2 \dfrac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}\theta} = \frac{1}{2} 5^2 \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left(1 + \frac{1}{2}\cos(2\theta)\right)$ Nm $= -\ 12.5 \sin(2\theta)$ Nm

$T_e(0) = 0$; $T_e\left(\frac{\pi}{4}\right) = -12.5$ Nm ; $T_e\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

5.5b $\Delta W_m = W_{m,\theta=\pi/4} - W_{m,\theta=0} = \frac{1}{2} I^2 \left(L_{\theta=\pi/4} - L_{\theta=0}\right) = \frac{1}{2} 5^2 (1 - 1.5)$ J $= -6.25$ J

5.5c $T_u = -T_e$:

$$W_{mech} = \int_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{4}} T_u \mathrm{d}\theta = \int_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{4}} -T_e \mathrm{d}\theta = \int_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{4}} 12.5 \sin(2\theta) \mathrm{d}\theta \text{ J} = -12.5 \tfrac{1}{2} \cos(2\theta) \Big|_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{4}} \text{ J} = 6.25 \text{ J}$$

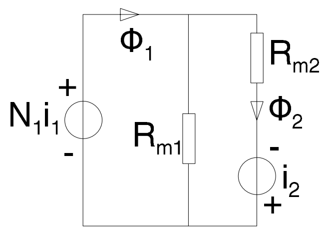
5.5d $W_{elek} = \Delta W_m - W_{mech} = -\ 2\ 6.25$ J $= -\ 12.5$ J

5.5e $W_{kin} = \displaystyle\int_{\theta=\frac{\pi}{4}}^{\theta=0} T_e \mathrm{d}\theta = \int_{\theta=\frac{\pi}{4}}^{\theta=0} -12.5 \sin(2\theta) \mathrm{d}\theta$ J $= 12.5 \frac{1}{2} \cos(2\theta) \Big|_{\theta=\frac{\pi}{4}}^{\theta=0}$ J $= 6.25$ J

5.5f $W_{kin} = \frac{1}{2} J \omega_m^2$ of $|\omega_m| = \sqrt{2 \dfrac{W_{kin}}{J}} = 111.8$ rad/s Let op teken: $\omega_m = -111.8$ rad/s

5.5g 111.8 rad/s komt overeen met 111.8/(2π) omwentelingen per seconde of 60 111.8/(2π) omw/min: n = 1068 omw/min

Opgave 5.6



5.6a $R_{m1} = \dfrac{\delta}{\mu_0 2\pi r_1 x}$; $R_{m2} = \dfrac{\delta}{\mu_0 2\pi r_1 (d-x)}$

5.6b $$L_1 = \frac{N_1^2}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{R_{m1}} + \dfrac{1}{R_{m2}}}} = \frac{N_1^2}{\dfrac{1}{\dfrac{\mu_0 2\pi r_1 d}{\delta}}} = \frac{\mu_0 2\pi r_1 d N_1^2}{\delta}$$

$$L_2 = \frac{N_2^2}{R_{m2}} \quad \text{met} \quad N_2 = 1 \ : \quad L_2 = \frac{\mu_0 2\pi r_1 (d-x)}{\delta}$$

$$M = \frac{\psi_2}{i_1} = \frac{N_2 \Phi_2}{i_1} \ \text{bij} \ i_2 = 0 \quad \text{met} \quad N_2 = 1 \ : \quad M = \frac{\dfrac{N_1 i_1}{R_{m2}}}{i_1} = \frac{\mu_0 2\pi r_1 (d-x) N_1}{\delta}$$

5.6c $$W_m = \frac{1}{2} i_1^2 L_1 + i_1 i_2 M_0 \frac{d-x}{d} + \frac{1}{2} i_2^2 L_{20} \frac{d-x}{d}$$

$$F_e = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} L_1 + i_1 i_2 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(M_0 \frac{d-x}{d}\right) + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(L_{20} \frac{d-x}{d}\right) = -\, i_1 i_2 \frac{M_0}{d} - \frac{1}{2} i_2^2 \frac{L_{20}}{d}$$

5.6d $$F_e = -I_1 \hat{i} \cos\omega t \frac{M_0}{d} - \frac{1}{2} (\hat{i} \cos\omega t)^2 \frac{L_{20}}{d} = -\frac{M_0}{d} I_1 \hat{i} \cos\omega t - \frac{1}{4} \frac{L_{20}}{d} \hat{i}^2 - \frac{1}{4} \frac{L_{20}}{d} \hat{i}^2 \cos 2\omega t$$

Dus 3 termen met als hoekfrequenties 0, ω en 2ω.

5.6e $$F_e = -\frac{M_0}{d} I_1 \hat{i} \cos\omega t$$

5.6f $F_e = m \dfrac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}$ met $F_e = -\dfrac{M_0}{d} I_1 \hat{i} \cos\omega t$. Dit is een lineair systeem.

Stel $x = x_0 + \hat{x} \cos\omega t$ dan volgt: $-\, m\omega^2 \hat{x} = -\dfrac{M_0}{d} I_1 \hat{i}$ of $\hat{x} = \dfrac{M_0 I_1 \hat{i}}{\omega^2 m d}$

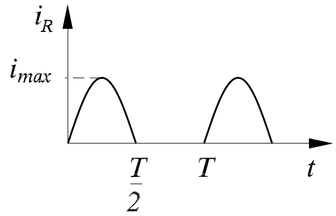
5.6g $u_2 = \dfrac{\mathrm{d}\psi_2}{\mathrm{d}t} = \hat{u} \cos\omega t$; $\psi_2 = \psi_2(0) + \displaystyle\int_0^t \hat{u} \cos\omega t \, \mathrm{d}t = \frac{1}{2} M_0 I_1 + \frac{\hat{u}}{\omega} \sin\omega t$

5.6h $\psi_2 = \dfrac{1}{2} M_0 I_1 + \dfrac{\hat{u}}{\omega} \sin\omega t$ en $\psi_2 = M_0 \dfrac{d-x}{d} I_1$

$$\frac{\hat{u}}{\omega} \sin\omega t - \frac{1}{2} M_0 I_1 = -\frac{M_0 I_1}{d} x \quad \text{dus} \quad \hat{x} = \frac{\hat{u} d}{\omega M_0 I_1}$$

6 Vermogenselektronica

Opgave 6.1



6.1a $i_{\max} = \dfrac{\hat{u}}{R} = \dfrac{U\sqrt{2}}{R} = \dfrac{40\sqrt{2}}{10}\ \text{A} = 5.657\ \text{A}$

6.1b $$I_{R,av} = \frac{1}{T}\int_0^T i_R\,\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} i_{\max}\sin(\omega t)\,\mathrm{d}t = \frac{i_{\max}}{\omega T}\int_0^{\pi}\sin(\omega t)\,\mathrm{d}(\omega t) = \frac{i_{\max}}{2\pi}(-\cos(\omega t))\Big|_0^{\pi} = \frac{i_{\max}}{\pi} = 1.80\ \text{A}$$

$$I_{R,eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i_R^2\,\mathrm{d}t} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} i_{\max}^2\sin^2(\omega t)\,\mathrm{d}t} = i_{\max}\sqrt{\frac{1}{\omega T}\int_0^{\pi}\frac{1-\cos(2\omega t)}{2}\,\mathrm{d}(\omega t)}$$

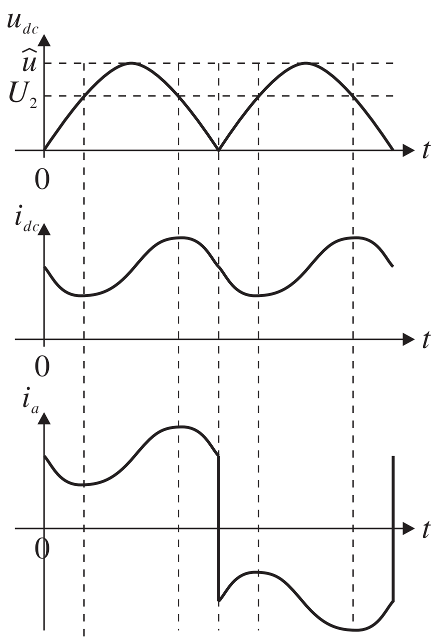
$$= i_{\max}\sqrt{\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\omega t}{2} - \frac{\sin(2\omega t)}{4}\right)\Bigg|_0^{\pi}} = \frac{i_{\max}}{2} = 2.828\ \text{A}$$

$$P_{diss} = R\,I_{R,eff}^2 = 2.828^2\,10\ \text{W} = 80\ \text{W}$$

6.1c De spanning over de condensator is een gelijkspanning die gelijk is aan $\hat{u}$. Door de weerstand loopt dus een gelijkstroom die gelijk is aan i_{max}:

$$I_{R,av} = I_{R,eff} = i_{\max} = 5.657\ \text{A} \quad ; \quad P_{diss} = R\,I_{R,eff}^2 = 5.675^2\,10\ \text{W} = 320\ \text{W}$$

Opgave 6.2

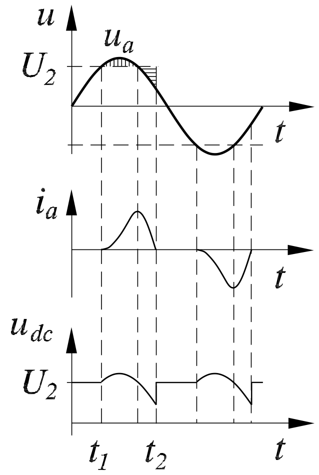


$$L_{dc}\frac{\mathrm{d}i_{dc}(t)}{\mathrm{d}t} = u_{dc}(t) - U_2$$

Opgave 6.3

6.3a Als de commutatie oneindig snel verloopt (μ=0) geldt voor de gemiddelde waarde van de gelijkspanning bij (stationair) leemtevrij bedrijf steeds

$$U_2 = U_{dc} = \frac{2}{\pi}\hat{u} = \frac{2}{\pi}U\sqrt{2} = 135.0 \text{ V}$$



6.3b De dioden D_1 en D_4 gaan in geleiding op het moment dat u_a gelijk wordt aan U_2: $u_a = U\sqrt{2}\sin(2\pi f t) = U_2$.
Het inschakelmoment is dus

$$t_1 = \frac{1}{2\pi f}\arcsin\frac{U_2}{U\sqrt{2}} = \frac{1}{2\pi 50}\arcsin\frac{180}{150\sqrt{2}} \text{ s} = 3.225 \text{ ms}$$

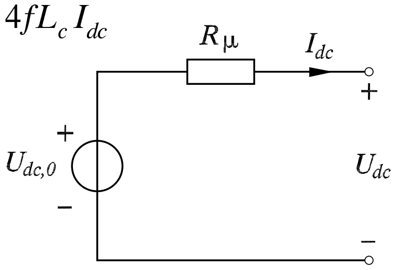
6.3c Zie nevenstaande figuur

6.3d De stroom begint te lopen op het tijdstip $t=t_1$ en bereikt zijn maximum als u_a gelijk wordt aan U_2. Voor dit maximum geldt: $i_{dc,\max} = \frac{1}{L_{dc}}\int_{t_1}^{\frac{T}{2}-t_1}(u_a - U_2)\mathrm{d}t$. Dit komt overeen met het oppervlak van het linker gearceerde gebiedje in bovenstaande figuur.
In plaats van dit oppervlak kunnen we ook twee keer de helft daarvan gebruiken:

$$i_{dc,\max} = \frac{2}{L_{dc}}\int_{t_1}^{\frac{T}{4}}(u_a - U_2)\mathrm{d}t = \frac{2}{L_{dc}}\int_{t_1}^{\frac{T}{4}}\hat{u}\sin(\omega t)\mathrm{d}t - \frac{2}{L_{dc}}\int_{t_1}^{\frac{T}{4}}U_2\mathrm{d}t = \frac{2\hat{u}}{L_{dc}}\left.\frac{-\cos(\omega t)}{\omega}\right|_{t_1}^{\frac{T}{4}} - \frac{2U_2}{L_{dc}}\left(\frac{T}{4} - t_1\right)$$

$$= \frac{2U\sqrt{2}}{L_{dc}}\frac{\cos(2\pi f t_1)}{2\pi f} - \frac{2U_2}{L_{dc}}\left(\frac{1}{4f} - t_1\right) = 37.82 \text{ A}$$

6.3e $U_{dc} = \frac{2}{\pi}\hat{u} - \frac{2}{\pi}\omega L_c I_{dc} = \frac{2}{\pi}U\sqrt{2} - \frac{2}{\pi}2\pi f L_c\, I_{dc} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}U - 4fL_c I_{dc}$



Voor het nevenstaande vervangingsschema geldt dus:

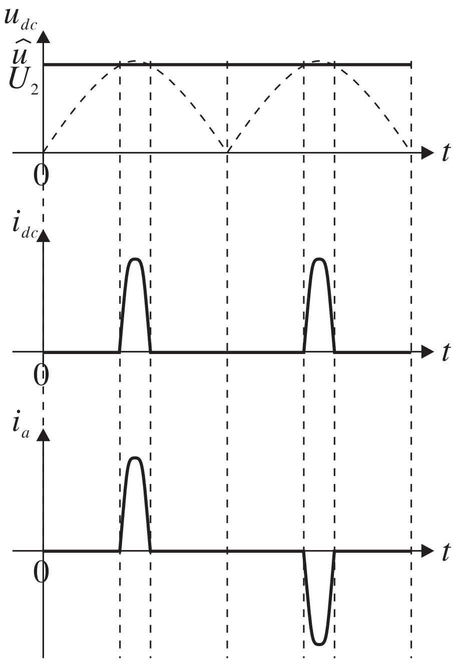
$$U_{dc,0} = \frac{2}{\pi}U\sqrt{2} = 135.05 \text{ V} \quad ; \quad R_\mu = 4fL_c = 0.2\,\Omega$$

$$I_{dc} = \frac{U_{dc,0} - U_2}{R_\mu} = \frac{135.05 - 130}{0.2} \text{ A} = 25.2 \text{ A}$$

Als $L_{dc} = \infty$ geldt voor de diodebrug: $1 - \cos\mu = \frac{2\,\omega L_c I_{dc}}{\hat{u}} = \frac{2\,2\pi f L_c I_{dc}}{U\sqrt{2}}$ of

$$\cos\mu = 1 - \frac{2\,2\pi\,50\,10^{-3}\,25.2}{150\sqrt{2}} = 0.9260 \quad ; \quad t_\mu = \frac{\mu}{\omega} = \frac{\arccos 0.926}{2\pi 50} \text{ s} = 1.23 \text{ ms}$$

Opgave 6.4



6.4a Nevenstaande figuur geeft een schets van de spannings- en stroomvormen.

6.4b Voor de stroom i_a kunnen we schrijven:

$$i_a = \begin{cases} \dfrac{u_a - U_2}{R} & \text{voor } \dfrac{5}{24}T < t < \dfrac{7}{24}T \\ \dfrac{u_a + U_2}{R} & \text{voor } \dfrac{17}{24}T < t < \dfrac{19}{24}T \\ 0 & \text{gedurende de rest van de periode} \end{cases}$$

De piekwaarde van de stroom i_a is

$$\hat{i}_a = \frac{\hat{u} - U_2}{R} = 21.18 \text{ A}$$

De effectieve waarde I_a van de stroom i_a is

$$I_a = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i_a^2 \mathrm{d}t} = \sqrt{\frac{4}{T}\int_{5T/24}^{T/4}\left(\frac{u_a - U_2}{R}\right)^2 \mathrm{d}t} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{4}{T}\int_{5T/24}^{T/4}(\hat{u}\sin(\omega t) - U_2)^2 \mathrm{d}t}$$

$$= \frac{1}{R}\sqrt{\frac{4}{T}\int_{5T/24}^{T/4}\left(\frac{1}{2}\hat{u}^2 + U_2^2 - \frac{1}{2}\hat{u}^2\cos(2\omega t) - 2\hat{u}U_2\sin(\omega t)\right)\mathrm{d}t}$$

$$= \frac{1}{R}\sqrt{\frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}\hat{u}^2 + U_2^2\right) + \frac{1}{4\pi}\hat{u}^2 - \frac{4}{\pi}\hat{u}U_2\cos\left(\frac{5}{12}\pi\right)} = 6.311 \text{ A}$$

De effectieve waarde van de wisselspanning u_a is $U_a = \hat{u}/\sqrt{2} = 4.392$ V
Het gemiddeld door de bron u_a geleverde vermogen P_a is

$$P_a = \frac{1}{T}\int_0^T u_a i_a \mathrm{d}t = \frac{4}{T}\int_0^{T/4} u_a i_a \mathrm{d}t = \frac{4}{T}\int_{5T/24}^{T/4} u_a \frac{u_a - U_2}{R}\mathrm{d}t = \frac{1}{R}\frac{4}{T}\int_{5T/24}^{T/4}\left(\hat{u}^2\sin^2(\omega t) - \hat{u}U_2\sin(\omega t)\right)\mathrm{d}t$$

$$= \frac{1}{R}\frac{4}{T}\int_{5T/24}^{T/4}\left(\tfrac{1}{2}\hat{u}^2 - \tfrac{1}{2}\hat{u}^2\cos(2\omega t) - \hat{u}U_2\sin(\omega t)\right)\mathrm{d}t = \frac{1}{R}\left(\tfrac{1}{12}\hat{u}^2 + \tfrac{1}{4\pi}\hat{u}^2 - \tfrac{2}{\pi}\hat{u}U_2\cos\left(\tfrac{5}{12}\pi\right)\right) = 14.51 \text{ W}$$

$$\lambda = \frac{P_a}{U_a I_a} = \frac{14.51}{4.3921 \ 6.311} = 0.5235 \ ; \ P_{diss} = \frac{1}{T}\int_0^T i_a^2 R \,\mathrm{d}t = I_a^2 R = 6.31^2 \ 0.01 \text{ W} = 0.3983 \text{ W}$$

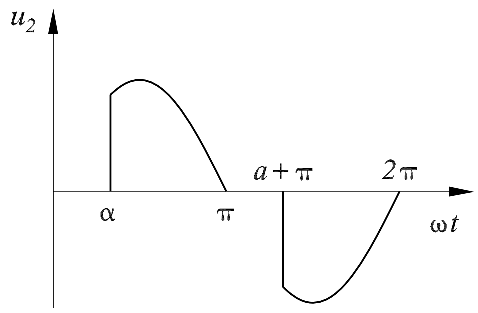
6.4c $i_a = \dfrac{u_a}{R + R_b}$. De piekwaarde is $\hat{i}_a = \dfrac{\hat{u}}{R + R_b} = 4.671$ A

De effectieve waarde I_a van de stroom i_a is $I_a = \hat{i}_a/\sqrt{2} = 3.303$ A

Het gemiddeld door de bron u_a geleverde vermogen P_a is $P_a = \dfrac{U_a^2}{R + R_b} = 14.51$ W

$$\lambda = \frac{P_a}{U_a I_a} = \frac{14.51}{4.392 \ 3.303} = 1 \ ; \ P_{diss} = \frac{1}{T}\int_0^T i_a^2 R \,\mathrm{d}t = I_a^2 R = 3.303^2 \ 0.01 \text{ W} = 0.1091 \text{ W}$$

Opgave 6.5



6.5a Zie nevenstaande figuur

6.5b $$U_2 = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u_2^2\,\mathrm{d}t} = \sqrt{\frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} u_2^2\,\mathrm{d}t} = \sqrt{\frac{2}{\omega T}\int_0^{\pi} u_2^2\,\mathrm{d}(\omega t)}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{2\pi}\int_\alpha^\pi (U\sqrt{2})^2\sin^2(\omega t)\,\mathrm{d}(\omega t)} = U\sqrt{\frac{2}{\pi}\int_\alpha^\pi \frac{1-\cos(2\omega t)}{2}\,\mathrm{d}(\omega t)} = U\sqrt{\frac{2}{\pi}\left(\frac{\omega t}{2}-\frac{\sin(2\omega t)}{4}\right)\Big|_\alpha^\pi}$$

$$= U\sqrt{1-\frac{\alpha}{\pi}+\frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}} = U\sqrt{1-\frac{1}{3}+\frac{\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)}{2\pi}} = 220\sqrt{\frac{2}{3}+\frac{\sqrt{3}}{4\pi}}\ \mathrm{V} = 197.3\ \mathrm{V}$$

6.5c De weerstand van de lamp volgt uit $P = \dfrac{U^2}{R}$ of $R = \dfrac{U^2}{P} = \dfrac{220^2}{40}\ \Omega = 1210\ \Omega$.

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R} = \frac{197.3^2}{1210}\ \mathrm{W} = 32.17\ \mathrm{W}$$

Opgave 6.6

6.6a Met vergelijking (6.29): $U_{dc} = \dfrac{2}{\pi}\hat{u}_a\cos\alpha = \dfrac{2}{\pi}\sqrt{2}U_a\cos\alpha = 13.5\ \cos\alpha\ \mathrm{V}$

6.6b $U_{dc} = R_{dc}I_{dc}+U_2 = 0.01\cdot 10+12\ \mathrm{V} = 12.1\ \mathrm{V}$ of $\alpha_1 = \arccos\dfrac{12.1}{13.5} = 0.46\ \mathrm{rad}$

6.6c $I_{dc} = \dfrac{13.5\ \cos(0.46-0.01)\ -\ 12}{0.01}\ \mathrm{A} = 15.6\ \mathrm{A}$

6.6d De accuklemmen moeten worden omgewisseld.

6.6e $U_{dc} = R_{dc}I_{dc}+U_2 = 0.01\cdot 10-12\ \mathrm{V} = -11.9\mathrm{V}$ of $\alpha_1 = \arccos\dfrac{-11.9}{13.5} = 2.65\ \mathrm{rad}$

Opgave 6.7

6.7a Zie boek: $U_{dc} = \dfrac{2}{\pi}\hat{u}_a\cos\alpha = \dfrac{2\sqrt{2}U_a}{\pi}\cos\alpha = 207.1\ \cos\alpha\ \mathrm{V}$

6.7b $U_{dc} = 207.1\ \cos\alpha\ \mathrm{V} = I_{dc}R_{dc} + U_2$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{I_{dc}R_{dc}+U_2}{207.1\ \mathrm{V}}\right) = \arccos\left(\frac{10\ \ 1+160}{207.1}\right) = 0.608\ \mathrm{rad}\ (34.8^\circ)$$

6.7c Wisselrichterbedrijf is mogelijk als $\pi/2<\alpha<\pi$.

6.7d $U_{dc} = 207.1\ \cos\alpha\ \mathrm{V} = I_{dc}R_{dc} + U_2$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{I_{dc}R_{dc}+U_2}{207.1\ \mathrm{V}}\right) \quad \text{zodat} \quad \alpha_{\min} = \arccos\left(\frac{10\ \ 1+-100}{207.1}\right) = 2.02\ \mathrm{rad}\ (115.8^\circ)$$

Opgave 6.8

6.8a Motorbedrijf, dus $U_2 I_{dc}$>0. Omdat I_{dc}>0, geldt ω_m>0. 500 omw/min is 500/60 omw/s, dus $\omega_m = \frac{500}{60} 2\pi$ rad/s .

Voor de gelijkspanning geldt $U_{dc} = U_2 = C\omega_m = 1.45 \frac{500}{60} 2\pi \text{ V} = 75.92 \text{ V}$

Voor de gelijkspanning geldt ook: $U_{dc} = \frac{2}{\pi} \hat{u} \cos\alpha = \frac{2}{\pi} U\sqrt{2} \cos\alpha$

Hieruit volgt: $\alpha = \arccos \frac{\pi U_{dc}}{2\sqrt{2}U} = \arccos \frac{\pi\ 75.92}{2\sqrt{2}\ 110} = 0.697 \text{ rad} = 39.95^o$

6.8b Verliesvrij: $P_{elek} = P_{mech}$ of $U_{dc} I_{dc} = T_e \omega_m$. Hieruit volgt:

$$I_{dc} = \frac{T_e \omega_m}{U_{dc}} = \frac{K_m |\omega_m| \omega_m^2}{U_{dc}} = \frac{0.01 \left(\frac{500}{60} 2\pi \right)^3}{75.92} \text{ A} = 18.91 \text{ A}$$

6.8c Omdat steeds I_{dc}>0, is ook steeds T_e>0; generatorbedrijf is dus alleen mogelijk voor ω_m<0. Antwoord *B* is dus correct.

6.8d 200 omw/min komt overeen met 200/60 omw/s, dus $\omega_m = -\frac{200}{60} 2\pi$ rad/s .

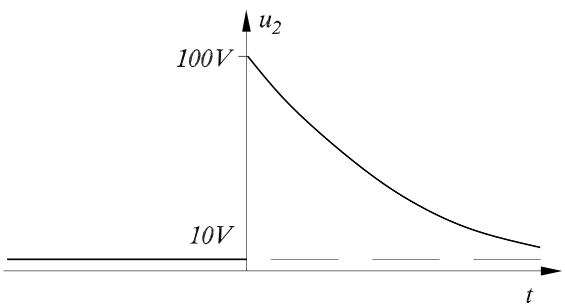
Voor de gelijkspanning geldt dus $U_{dc} = U_2 = C\,\omega_m = -1.45 \frac{200}{60} 2\pi \text{ V} = -30.37 \text{ V}$

Voor de gelijkspanning geldt ook: $U_{dc} = \frac{2}{\pi} U\sqrt{2} \cos\alpha$.

Hieruit volgt: $\alpha = \arccos \frac{\pi U_{dc}}{2\sqrt{2}U} = \arccos \frac{-\pi\ 30.37}{2\sqrt{2}\ 110} = 1.882 \text{ rad} = 107.86^o$

6.8e Verliesvrij: $P_{elek} = P_{mech} = T_e \omega_m$. Hieruit volgt: $T_e = \frac{P_{elek}}{\omega_m} = \frac{-1\ 10^3}{-\frac{200}{60} 2\pi} \text{ Nm} = 47.75 \text{ Nm}$

Opgave 6.9



6.9a Voor t<0 is de toestand stationair, zodat de spanning over de spoel nul is en u_2 gelijk is aan 10 V. Voor de stroom door de spoel geldt dan:

$$i_L = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} = 1.00 \text{ A} \quad ; \quad t \le 0$$

Op t=0 wordt de schakelaar *S* geopend. De stroom in de spoel is continu, waardoor deze stroom voor t=+0 door de weerstand R_1 loopt. Het circuit is een eerste-orde-systeem, zodat de stroom vervolgens exponentieel afneemt tot zijn nieuwe stationaire waarde.

6.9b $u_2(t{=}{+}0) = i(t \le 0)\ R_1 = 100 \text{ V}$

Opgave 6.10

Volgens (2.5) is de definitie van de arbeidsfactor: $\lambda = \dfrac{P}{UI}$.

Beschouw de stroom- en spanningsvormen in figuur 6.34b:

$$\lambda = \frac{\frac{1}{T}\int_0^T u_1 i_1 \mathrm{d}t}{\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u_1^2 \mathrm{d}t}\ \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i_1^2 \mathrm{d}t}} = \frac{U_1 \int_0^T i_1 \mathrm{d}t}{U_1\ \sqrt{T}\ \sqrt{\int_0^T i_1^2 \mathrm{d}t}} = \frac{U_1 \int_0^{dT} I_2 \mathrm{d}t}{U_1\ \sqrt{T}\ \sqrt{\int_0^{dT} I_2^2 \mathrm{d}t}}$$

of $\lambda = \dfrac{U_1\ dT\ I_2}{U_1\ \sqrt{T}\ \sqrt{dT\ I_2^2}} = \sqrt{d}$

Opgave 6.11

Er geldt $U_2 = K\Phi\omega_m = K\Phi\dfrac{v}{r} = 250\ \text{V}$

6.11a Leemtebedrijf, dus $i_m = \dfrac{1}{L}\int_0^{dT}(U_1 - U_2)\mathrm{d}t = \dfrac{dT}{L}(U_1 - U_2) = 500\ d\ \text{A}$

6.11b $P_1 = \dfrac{1}{T}\int_0^T U_1 i_1 \mathrm{d}t = \dfrac{U_1}{T}\int_0^{dT} i_1 \mathrm{d}t = \dfrac{1}{2} i_m U_1 d$

Invullen van i_m levert $P_1 = \dfrac{1}{2}\dfrac{T}{L}(U_1 - U_2)U_1 d^2 = 375\ d^2\ \text{kW}$

6.11c Als de snelheid constant is, geldt $F_{aandrijving} = -F_{wrijving} = \dfrac{|v|}{v}(\alpha v^2 + \beta) = 1800\ \text{N}$
Er geldt dan $P_{aandrijving} = F_{aandrijving} v = 9\ \text{kW}$

6.11d Omdat de omzetter verliesvrij is, geldt ook dat $P_1 = P_{aandrijving} = 9\ \text{kW}$. Dus

$$d = \sqrt{\frac{2LP_1}{T(U_1 - U_2)U_1}} = 0.1549$$

6.11e $I_1 = \dfrac{1}{T}\int_0^T i_1 \mathrm{d}t = \dfrac{1}{T}\int_0^{dT} i_1 \mathrm{d}t = \dfrac{i_m}{2}d = \dfrac{1}{2}\dfrac{dT}{L}(U_1 - U_2)d = 6\ \text{A}$

Veel eenvoudiger is I_1 te berekenen met behulp van de vermogensbalans

$$P_1 = \frac{1}{T}\int_0^T U_1 i_1 \mathrm{d}t = \frac{U_1}{T}\int_0^T i_1 \mathrm{d}t = U_1 I_1 \quad \text{zodat} \quad I_1 = \frac{P_1}{U_1} = 6\ \text{A}$$

6.11f Op t_2 (het tijdstip dat de diode uit geleiding gaat) moet gelden dat de volt-seconde-integraal voor de spoel 0 is, dus

$$(U_1-U_2)dT = (t_2-dT)U_2 \quad\Rightarrow\quad t_2 = \frac{U_1-U_2}{U_2}dT+dT = \frac{U_1}{U_2}dT = 0.9295 \text{ ms}$$

Hiermee volgt: $I_2 = \frac{1}{T}\int_0^T i_2 \mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^{t_2} i_2 \mathrm{d}t = \frac{i_m}{2}\frac{t_2}{T}$. Invullen van i_m :

$$I_2 = \frac{1}{2}\frac{dT}{L}(U_1-U_2)\frac{t_2}{T} = 36 \text{ A}$$

Veel eenvoudiger is I_2 te berekenen met behulp van de vermogensbalans

$$P_2 = \frac{1}{T}\int_0^T U_2 i_2 \mathrm{d}t = \frac{U_2}{T}\int_0^T i_2 \mathrm{d}t = U_2 I_2 \quad \text{zodat} \quad I_2 = \frac{P_2}{U_2} = 36 \text{ A}$$

6.11g Als de snelheid constant is, geldt $F_{aandrijving} = -F_{wrijving} = \frac{|v|}{v}(\alpha v^2+\beta) = 6.3 \text{ kN}$
Er geldt dan $P_{aandrijving} = F_{aandrijving} v = 126 \text{ kW}$

6.11h $I_2 = \frac{T_e}{K\Phi} = \frac{F_{aandrijving} r}{K\Phi} = 126 \text{ A}$ of $I_2 = \frac{P}{U_2} = \frac{P}{K\Phi\,\omega_m} = \frac{Pr}{K\Phi v} = 126 \text{ A}$

6.11i Er geldt $U_2 = K\Phi\,\omega_m = K\Phi\frac{v}{r} = 1000 \text{ V}$ Voor de gemiddelde waarde van de stroom op de grens van leemtebedrijf geldt $I_{2,grens} = \frac{1}{2}\frac{TU_1}{L}\left(\frac{U_2}{U_1}-\left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2\right) = 66.67 \text{ A}$.

De werkelijke gemiddelde waarde van de stroom I_2 is groter dan deze grenswaarde, dus is er sprake van leemtevrij bedrijf.

6.11j Er geldt dan voor de relatieve inschakelduur $d = \frac{U_2}{U_1} = \frac{2}{3} = 0.6667$

6.11k Nee, want de spanning kan niet negatief worden.

6.11l Nee, want de stroom kan niet negatief worden.

6.11m De maximale versnelling treedt op als het koppel van de gelijkstroommachine maximaal is terwijl de wrijving minimaal is. Dit is het geval als de stroom maximaal is terwijl de snelheid van de trein zo klein is dat de luchtwrijving verwaarloosbaar is:

$$a_{\max} = \frac{F_{\max}+F_{wrijving,\min}}{m} = \frac{T_{e,\max}}{r\,m}+\frac{F_{wrijving,\min}}{m} = \frac{K\Phi I_{2,\max}}{r\,m}-\frac{\beta}{m} = 0.485 \text{ m/s}^2$$

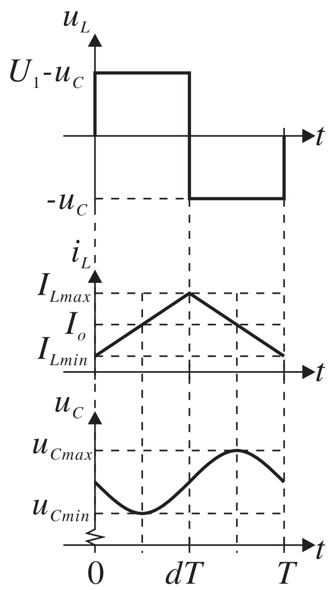
6.11n De snelheid van de trein is maximaal als de spanning over de machine U_2 maximaal is, dus als de relatieve inschakelduur (d) 1 is. Er geldt dan $v = r\,\omega_m = r\frac{U_2}{K\Phi} = 30 \text{ m/s}$

We moeten nog controleren of de stroom i_2 niet groter wordt dan $I_{2,max}$.

Bij deze snelheid geldt $F_{aandrijving} = -F_{wrijving} = \frac{|v|}{v}(\alpha v^2+\beta) = 12.3 \text{ kN}$

$$P_{aandrijving} = F_{aandrijving} v = 369 \text{ kW} \quad ; \quad I_2 = \frac{P}{U_2} = \frac{P}{K\Phi\,\omega_m} = \frac{Pr}{K\Phi v} = 246 \text{ A}$$

Opgave 6.12



6.12a $L\dfrac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t} = u_L = u_s - u_C$

6.12b Als de rimpel op de condensatorspanning verwaarloosd wordt, geldt $u_C = dU_1$.
De spoelstroom is minimaal op tijdstip $t = 0$ en maximaal op het tijdstip $t = dT$ (zie figuur). Voor de top-top-waarde van de rimpel i_{Le} op de spoelstroom geldt

$$i_{Le} = i_{Lmax} - i_{Lmin} = \frac{1}{L}\int_0^{dT} U_1 - u_C \,\mathrm{d}t = \frac{(1-d)dTU_1}{L}$$

Hieruit volgt:

$$L = \frac{(1-d)dTU_1}{i_{Le}} = \begin{cases} 2.5 \text{ mH} & \text{als } f_s = 1 \text{ kHz} \\ 2.5\ \mu\text{H} & \text{als } f_s = 1 \text{ MHz} \end{cases}$$

$$C\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} = i_L(t) - I_o$$

6.12c De condensatorspanning is minimaal op het tijdstip $t = dT/2$, en maximaal op het tijdstip $t = (1+d)T/2$ (zie figuur). Voor de rimpel u_{Ce} op de condensatorspanning geldt:

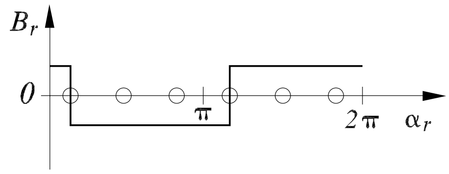
$$u_{Ce} = u_{Cmax} - u_{Cmin} = \frac{1}{C}\int_{dT/2}^{(1+d)T/2} i_L(t) - I_o \,\mathrm{d}t = \frac{1}{C}\int_{dT/2}^{(1+d)T/2} \frac{1}{2}(I_{Lmax} - I_o)\mathrm{d}t = \frac{Ti_{Le}}{8C}$$

Hieruit volgt $\quad C = \dfrac{Ti_{Le}}{8u_{Ce}} = \begin{cases} 1.25 \text{ mF} & \text{als } f_s = 1 \text{ kHz} \\ 1.25\ \mu\text{F} & \text{als } f_s = 1 \text{ MHz} \end{cases}$

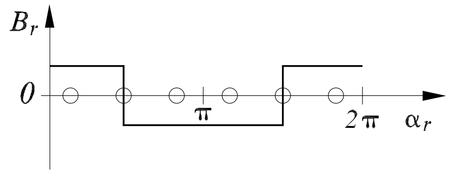
7 De synchrone machine

Opgave 7.1

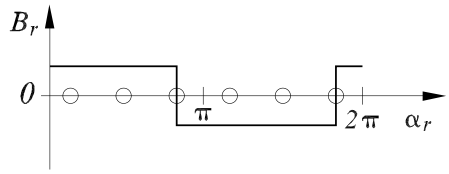
7.1a Winding 1:



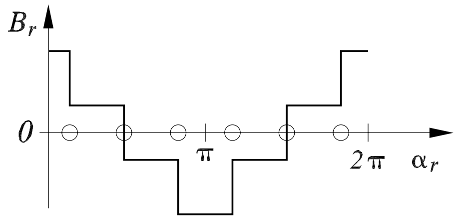
Winding 2:



Winding 3:

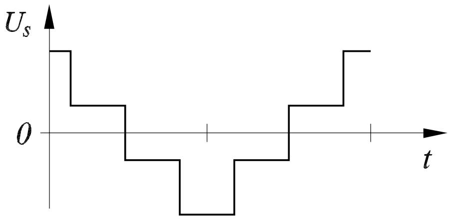


7.1b Totale wikkeling:



Opgave 7.2

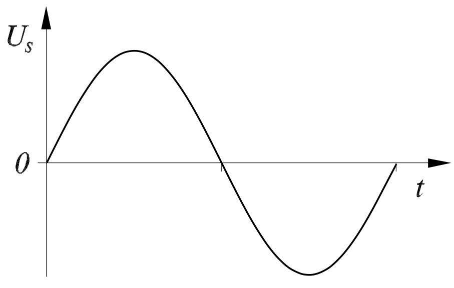
7.2a Geconcentreerde diameterwikkeling dus spanningsvorm = inductieverdeling.



7.2b zie d

7.2c zie d

7.2d b,c,d: Sinusvormig verdeelde inductie en/of statorwikkeling, dus:



7.2e Poolpaartal van stator en rotor zijn ongelijk, dus de geïnduceerde spanning is altijd nul. Deze machine kan geen vermogen overdragen.